Digitální učební materiál

Projekt: Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60 České Budějovice

---

Název materiálu: **Lineární rovnice s absolutní hodnotou (pracovní list)**

Autor materiálu: **Mgr. Jana Lvová**

Datum (období) vytvoření: **4. 12. 2013**

Zařazení materiálu:

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Tematická oblast: Funkce, rovnice a nerovnice, slovní úlohy

Sada: MA2 Číslo DUM: 09 Předmět, ročník: Matematika, 1., 2.

Ověření materiálu ve výuce:

Datum ověření: 6. a 10. 12. 2013 Třída: ZLY 2. Ověřující učitel: Mgr. Jana Lvová

Popis způsobu použití materiálu ve výuce:

Pracovní list, který je primárně určen učiteli jako pomůcka při výkladu, dále může sloužit žákům pro individuální procvičení látky. Možné je i jeho využití učitelem k ověření znalostí a dovedností žáků v daném tématu. Materiál obsahuje teoretický základ a početní úlohy. Jeho součástí je i klíč správných řešení.

Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

LINEÁRNÍ ROVNICE S ABSOLUTNÍ HODNOTOU

Absolutní hodnota čísla $a \in R$ je definována:

$|a| = \mathrm{a} \quad \text{pro a} \geq 0, \quad |a| = -\mathrm{a} \quad \text{pro a} < 0.$

Pro libovolná reálná čísla a, b platí:

1) $|a| \geq 0$

2) $|a| = |-a|$

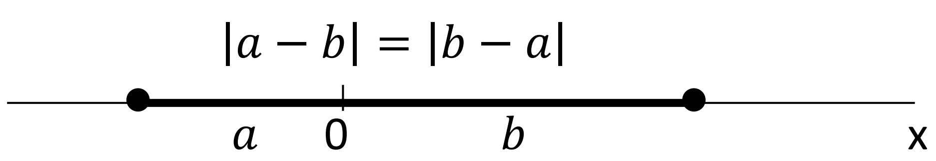
3) $|a \cdot b| = |a||b|$

4) $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

Geometrický význam absolutní hodnoty:

Absolutní hodnota libovolného reálného čísla je rovna vzdálenosti obrazu tohoto čísla od počátku na číselné ose.

Pro libovolná a,b ∈ R platí: $|a - b| = |b - a|$. Toto číslo $|a - b|$ je rovno vzdálenosti obrazů čísel a, b na číselné ose.



<u>Rovnice s jednou absolutní hodnotou</u>:

Příklad 1:

V R řešte rovnici:

$|x-7|=3$

Řešení: 2 způsoby

1) Vyjdeme z geometrické představy. Číslo $|x-7|$ je rovno vzdálenosti čísla x od obrazu čísla 7 na číselné ose. Tedy vzdálenost obrazu čísla x od obrazu čísla 7 je rovna 3.
   $x=10$ nebo $x=4.$

   Úloha má 2 řešení.

   $\boldsymbol{K=\{4,10\}}$

2) Platí: $|x|=|-x|$. Řešíme rovnici: $x-7=3$

   $x=10$

   a rovnici: $x-7=-3$

   $x=4$

   $\boldsymbol{K=\{4,10\}}$

Rovnice s dvěma a více absolutními hodnotami

Řešíme metodou nulových bodů.

Množinu R rozdělíme nulovými body na disjunktní intervaly. Rovnici řešíme v každém intervalu zvlášť.

Množina řešení rovnice je sjednocením množin všech jejích řešení v příslušných intervalech.

Příklad 2:

V R řešte:

$|2 + x| + |x - 4| = 6$

Určíme nulové body: $2 + x = 0$ $\qquad x - 4 = 0$

$x = -2$ $\qquad x = 4$

Body – 2 a 4 rozdělí množinu R na intervaly:
$(-\infty, -2), \langle -2,4 \rangle, (4, +\infty)$

Postupně řešíme 3 rovnice:

a) Pro $x \in (-\infty, -2)$

$$-2 - x - x + 4 = 6$$

$$-2x = 4$$

$$x = -2$$

Ale číslo -2 **nenáleží intervalu** $(-\infty, \mathbf{-2})$ → -2 není kořen rovnice → $K_1 = \emptyset$

b) Pro $x \in \langle -2, 4 \rangle$

$2 + x - x + 4 = 6$

$6 = 6$

V tomto případě je řešením celý interval $\langle -2, 4 \rangle \rightarrow$ $K_2 = \langle -2, 4 \rangle$.

c) Pro $x \in (\ 4, +\infty)$

$2 + x + x - 4 = 6$

$x = 4$

Ale číslo 4 **nenáleží intervalu** $(\mathbf{4}, +\infty) \rightarrow 4$ není kořen rovnice $\rightarrow K_3 = \emptyset$.

$K = K_1 \cup K_2 \cup K_3$

$K = \langle -2, 4 \rangle$

.

Příklad 3:

V R řešte:

$2|x + 19| = |1 - x|$

Určíme nulové body: $x + 19 = 0$ $\qquad$ $1 - x = 0$

$x = -19$ $\qquad$ $x = 1$

Body – 2 a 4 rozdělí množinu R na intervaly:
$(-\infty, -19), \langle -19,1 \rangle, (1, +\infty)$

Postupně řešíme 3 rovnice:

a) Pro $x \in (-\infty, -19)$

$$-2(x+19) = 1 - x$$

$$x = -39$$

Číslo -39 **náleží intervalu** $(-\infty, \mathbf{-19})$ → -39 je kořen rovnice → $K_1 = \{-39\}$.

b) Pro $x \in \langle -19, 1 \rangle$

$$2(x+19) = 1 - x$$

$$x = -\frac{37}{3}$$

Číslo $-\frac{37}{3}$ **náleží intervalu** → $\langle -19, 1 \rangle$ → $-\frac{37}{3}$ je kořen rovnice → $K_2 = \left\{-\frac{37}{3}\right\}$.

c) Pro $x \in (1, +\infty)$

$$2(x+19) = -1 + x$$

$$x = -39$$

Číslo -39 **nenáleží intervalu** $(\mathbf{1}, +\infty)$ → -39 není kořen rovnice → $K_3 = \emptyset$.

$$\boldsymbol{K} = \{\mathbf{-39}\} \cup \left\{-\frac{\mathbf{37}}{\mathbf{3}}\right\} = \left\{\mathbf{-39}, -\frac{\mathbf{37}}{\mathbf{3}}\right\}$$

Další příklady k procvičení:

a) $|1+3x|=7$

$\left[\left\{-\frac{8}{3},2\right\}\right]$

b) $|x-9|=-2$

$[\emptyset]$

c) $|x-4|=2x-3$

$\left[\left\{\frac{7}{3}\right\}\right]$

d) $|x+1|+|4-2x|+x=5$

$[\langle -1,2\rangle]$

e) $|2x+1|=3-|2x-1|$

$\left[\left\{-\frac{3}{4},\frac{3}{4}\right\}\right]$

f) $|x-7|+4x=|2x-5|$

$\left[\left\{-\frac{2}{5}\right\}\right]$

Použitá literatura:

CHARVÁT, Jura, Jaroslav ZHOUF a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: Rovnice a nerovnice*. Dotisk 3. vydání. Praha: Prometheus, 2004. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-154-X.

KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: Maturitní minimum*. Dotisk 1. vydání. Praha: Prometheus, 2001. ISBN 80-7196-030-6.

Obrázek: vlastní tvorba.