INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Projekt: Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60 České Budějovice

---

Název materiálu: **Nerovnice v součinovém a podílovém tvaru (pracovní list)**

Autor materiálu: **Mgr. Jana Lvová**

Datum (období) vytvoření: **7. 12. 2013**

Zařazení materiálu:

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Tematická oblast: Funkce, rovnice a nerovnice, slovní úlohy

Sada: MA2 Číslo DUM: 12 Předmět, ročník: Matematika, 1., 2.

Ověření materiálu ve výuce:

Datum ověření: 13. 12. 2013 Třída: ZLY 2. Ověřující učitel: Mgr. Jana Lvová

Popis způsobu použití materiálu ve výuce:

Pracovní list, který je primárně určen učiteli jako pomůcka při výkladu, dále může sloužit žákům pro individuální procvičení látky. Možné je i jeho využití učitelem k ověření znalostí a dovedností žáků v daném tématu. Materiál obsahuje teoretický základ a početní úlohy. Jeho součástí je i klíč správných řešení.

Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

NEROVNICE V SOUČINOVÉM A PODÍLOVÉM TVARU

Nerovnice ve tvaru součinu nebo podílu dvou nebo více lineárních dvojčlenů, které jsou větší, (větší nebo rovny), resp. menší, (menší nebo rovny) než nula.

Zopakujte si:

Součin dvou výrazů je kladný (nezáporný), právě tehdy jsou-li oba výrazy kladné (nezáporné) nebo jsou-li oba výrazy záporné (nekladné).

Součin dvou výrazů je záporný (nekladný), právě tehdy je-li jeden z výrazů kladný (nezáporný) a druhý záporný (nekladný.

Obdobný vztah platí pro podíl dvou výrazů.

Postup řešení:

Nerovnici v součinovém (podílovém) tvaru řešíme jako soustavy lineárních nerovnic.

Množina všech řešení nerovnice je rovna sjednocení množin všech řešení všech soustav nerovnic.

Příklad 1:

V R řešte jako soustavy nerovnic:

$(x-3)(2x+5) > 0$

Řešení:

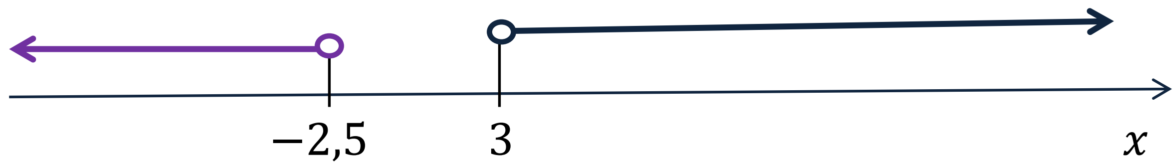
1) $x - 3 > 0$ a současně $2x + 5 > 0$
$x > 3$ a současně $x > -2{,}5.$

Tedy: $x > 3 \quad \rightarrow \boldsymbol{K_1} = (\mathbf{3}, +\infty)$

2) $x - 3 < 0$ a současně $2x + 5 < 0$
$x < 3$ a současně $x < -2{,}5.$

Tedy: $x < -2{,}5 \rightarrow \boldsymbol{K_2} = (-\infty, \mathbf{-2,5})$

Řešení obou soustav můžeme znázornit na číselné ose.



$K = K_1 \cup K_2$

$K = (-\infty, \mathbf{-2,5}) \cup (\mathbf{3}, +\infty)$

Příklad 2:

V R řešte jako soustavy nerovnic:

$(2x-1)(x+2) \leq 0$

Řešení:

1) $2x-1 \geq 0$ a současně $x+2 \leq 0$

   $x \geq \frac{1}{2}$ a současně $x \leq -2.$

   Protože žádné číslo nemůže být zároveň kladné i záporné,

   tato soustava nemá řešení.

   $K_1 = \emptyset$

2) $2x-1 \leq 0$ a současně $2x+2 \geq 0$

   $x \leq \frac{1}{2}$ a současně $x \geq -2$

   $x \in \langle -2, \frac{1}{2} \rangle \rightarrow \boldsymbol{K_2 = \langle -2, \frac{1}{2} \rangle}$

$K = K_1 \cup K_2$

$K = \emptyset \cup \langle -2, \frac{1}{2} \rangle$

$\boldsymbol{K = \langle -2, \frac{1}{2} \rangle}$

Příklad 3:

V R řešte nerovnici:

$$\frac{x-5}{-2x-8} \geq 0$$

Řešení:

1) $x-5 \geq 0$ a současně $-2x-8 > 0$

   $x \geq 5$ a současně $x < -4$

   Protože žádné číslo nemůže být zároveň kladné i záporné,

   tato soustava nemá řešení.

   $K_1 = \emptyset$

2) $x-5 \leq 0$ a současně $-2x-8 < 0$

   $x \leq 5$ a současně $x > -4$

   $x \in (-4, 5\rangle \rightarrow \boldsymbol{K_2 = (-4, 5\rangle}$

$K = K_1 \cup K_2$

$K = \emptyset \cup (\mathbf{-4, 5}\rangle$

$\boldsymbol{K = (-4, 5\rangle}$

Příklad 4:

V R řešte nerovnici:

$$\frac{-3}{x+2} > 0$$

Řešení:

$-3 < 0 \quad \rightarrow \quad x + 2 < 0$

$$\boldsymbol{x < -2}$$

$\boldsymbol{K} = (-\infty, \mathbf{2})$

Příklad 5:

V R řešte nerovnici:

$$\frac{1}{x^2+4} > 0$$

Řešení:

1>0 a současně $x^2 + 4 > 0 \;\; \rightarrow \boldsymbol{K = R}$

Výraz $\frac{1}{x^2+4}$ je kladný pro libovolné $x \in R$.

Příklad 6:

V R řešte nerovnici:

$$\frac{(x-7)^2}{x^2+7} \leq 0$$

Řešení:

Výraz $(x-7)^2 = 0$ pouze pro $x = 7$, v ostatních případech je kladný.

Výraz $x^2 + 7 > 0$ pro libovolné reálné *x*.

Z toho plyne:

$$\frac{(x-7)^2}{x^2+7} \geq 0$$

$\boldsymbol{K} = \{\mathbf{7}\}$

Další příklady k procvičení:

a) $x(x+6) < 0$

$[(-6, 0)]$

b) $(5-x)(4x+1) \geq 0$

$[\langle -\frac{1}{4}, 5\rangle]$

c) $\frac{-2x}{x-2} \leq 0$

$[(-\infty, 0\rangle \cup (2, +\infty)]$

d) $\frac{2x-1}{x+3} > 0$

$[(-\infty, -3) \cup \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)]$

e) $\frac{-4}{x^2-4} > 0$

$[(-2,2)]$

Použitá literatura:

CHARVÁT, Jura, Jaroslav ZHOUF a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: Rovnice a nerovnice*. Dotisk 3. vydání. Praha: Prometheus, 2004. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-154-X.

KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: Maturitní minimum*. Dotisk 1. vydání. Praha: Prometheus, 2001. ISBN 80-7196-030-6.

Obrázek: vlastní tvorba.