



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Digitální učební materiál

Projekt: Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60  
České Budějovice

---

**Název materiálu:** Kruh, kružnice a jejich části – pracovní list

**Autor materiálu:** Mgr. Martin Mach

**Datum vytvoření:** 5. 6. 2013

### Zařazení materiálu:

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Tematická oblast: Planimetrie

Sada: MA3

Číslo DUM: 12

Předmět, ročník: Matematika, 2.

### Ověření materiálu ve výuce:

Datum ověření: 26. 11. 2013

Třída: ZDA 2.B

Ověřující učitel: Mgr. Martin Mach

### Popis způsobu použití materiálu ve výuce:

Pracovní list zaměřený na kruh, kružnici a jejich části. Lze využít ve výuce ve všech oborech vzdělání na střední zdravotnické škole. Obsahuje úlohy zaměřené na procvičování základních dovedností: dosazování do vzorců a výpočty ze vzorců. Materiál je určen žákům pro individuální procvičení látky a rovněž může sloužit učitelům k ověření znalostí a dovedností žáků v daném tématu. Pracovní list je vhodné vyplňovat až po probrání příslušného tématu. U všech úloh jsou uvedeny správné výsledky a u většiny vzorová řešení.

Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

## Zadání úloh

### 1. Kružnice, kruhový oblouk a mezikruží

- Vypočtete délku kružnice o poloměru  $r = 5$  cm.
- Vypočtete délku kružnice o průměru  $d = 14$  cm.
- Je dána délka kružnice  $l = 8,3$  dm. Vypočtete její průměr.
- Vypočtete délku kruhového oblouku kružnice o poloměru 6 m, je-li velikost příslušného středového úhlu  $\alpha = 100^\circ$ .
- Je dána délka kruhového oblouku  $l = 2$  dm a velikost příslušného středového úhlu  $\alpha = 40^\circ$ . Určete průměr kružnice.
- Vypočtete obsah mezikruží, je-li poloměr větší kružnice  $r_1 = 5$  dm a poloměr menší kružnice  $r_2 = 40$  cm. (Výsledek vyjádřete v  $\text{dm}^2$ .)

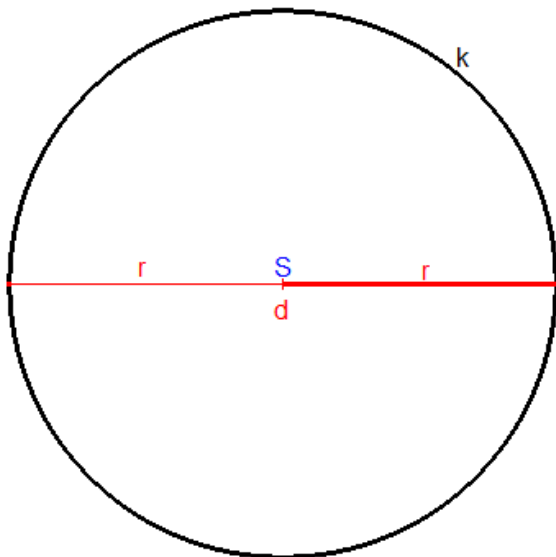
### 2. Kruh a jeho části

- Vypočtete obsah kruhu o poloměru  $r = 0,6$  m.
- Vypočtete obsah kruhové výseče příslušející středovému úhlu  $\alpha = 150^\circ$  v kruhu o průměru  $d = 2$  m.
- Vypočtete obsah kruhové úseče příslušející středovému úhlu  $\alpha = 150^\circ$  v kruhu o poloměru 6 cm.

# Výsledky a vzorová řešení

## 1. Kružnice, kruhový oblouk a mezikruží

- Vypočtete délku kružnice o poloměru  $r = 5$  cm.
- Vypočtete délku kružnice o průměru  $d = 14$  cm.
- Je dána délka kružnice  $l = 8,3$  dm. Vypočtete její průměr.



**Vzorce:**

$$l = 2\pi r = \pi d$$

$l$  ... délka kružnice

$r$  ... poloměr kružnice

$d$  ... průměr kružnice

$$(d = 2 \cdot r)$$

**Kružnice je množina bodů v rovině, jejichž vzdálenost od středu je rovna poloměru kružnice.**

ad a)

$$l = 2\pi r$$

$$l = 2\pi \cdot 5 \doteq \mathbf{31,42 \text{ cm}}$$

Číslo  $\pi$  ... Ludolfovo číslo

Jedná se o iracionální číslo, které je možno definovat např. jako poměr délky kružnice k jejímu průměru.

$$\pi = 3,14159265358979323846 \dots$$

ad b)

$$d = 14 \text{ cm} \rightarrow r = 7 \text{ cm}$$

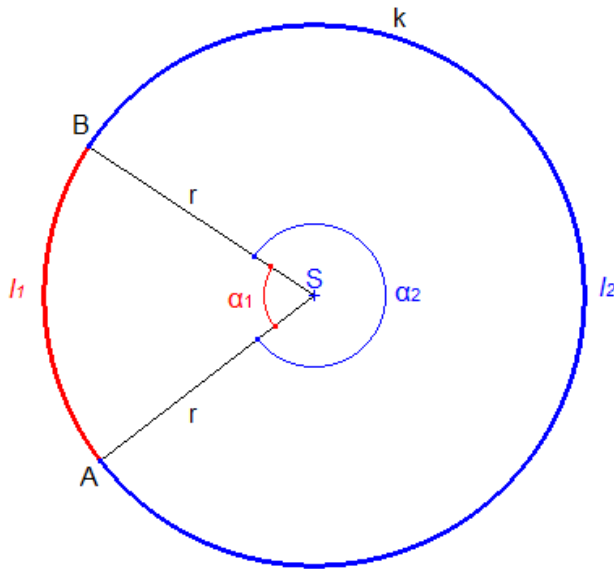
$$l = 2\pi \cdot 7 \doteq \mathbf{43,98 \text{ cm}}$$

ad c)

$$8,3 = 2\pi r = \pi d$$

$$d = \frac{8,3}{\pi} \doteq \mathbf{2,64 \text{ dm}}$$

- d) Vypočtete délku kruhového oblouku kružnice o poloměru 6 m, je-li velikost příslušného středového úhlu  $\alpha = 100^\circ$ .
- e) Je dána délka kruhového oblouku  $l = 2$  dm a velikost příslušného středového úhlu  $\alpha = 40^\circ$ . Určete průměr kružnice.



**Vzorce:**

$$l = \frac{2\pi r}{360^\circ} \alpha = \frac{\pi r}{180^\circ} \alpha$$

$l$  ... délka kruhového oblouku

$r$  ... poloměr kružnice

$\alpha$  ... středový úhel příslušející danému oblouku

**Kruhový oblouk je část kružnice příslušná k určitému středovému úhlu.**

ad d)

$$l = \frac{\pi \cdot 6 \cdot 100^\circ}{180^\circ} \doteq 10,47 \text{ m}$$

ad e)

$$2 = \frac{\pi \cdot r \cdot 40^\circ}{180^\circ}$$

$$2 \cdot 180^\circ = \pi r \cdot 40^\circ$$

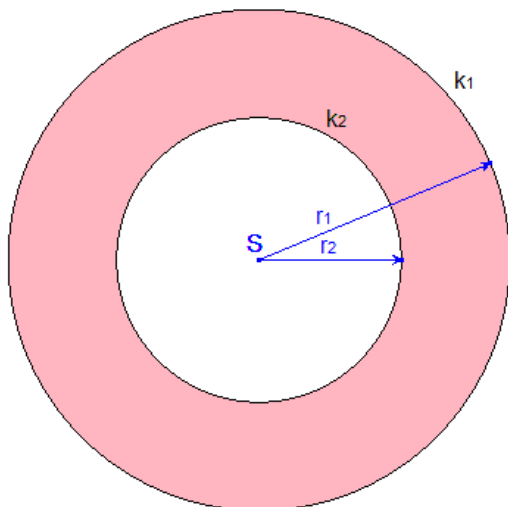
$$\frac{2 \cdot 180^\circ}{40^\circ \cdot \pi} = r$$

$$\frac{9}{\pi} = r$$

$$r \doteq 2,86 \text{ dm}$$

$$d = 2r = 2 \cdot 2,86 = 5,72 \text{ dm}$$

- f) Vypočítejte obsah mezikruží, je-li poloměr větší kružnice  $r_1 = 5$  dm a poloměr menší kružnice  $r_2 = 4$  cm. (Výsledek vyjádřete v  $\text{dm}^2$ .)



**Vzorce:**

$$S = \pi r_1^2 - \pi r_2^2$$

$$S = \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2)$$

S ... obsah mezikruží

$r_1$  ... poloměr vnější kružnice

$r_2$  ... poloměr vnitřní kružnice

**Mezikruží je plocha ohraničená dvěma soustřednými kružnicemi.**

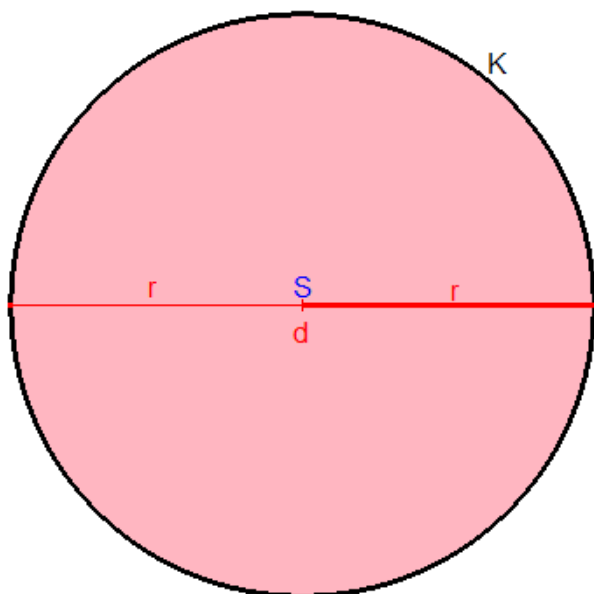
$$40 \text{ cm} = 4 \text{ dm}$$

$$S = \pi \cdot (5^2 - 4^2)$$

$$S \doteq 28,27 \text{ dm}^2$$

## 2. Kruh a jeho části

- a) Vypočítejte obsah kruhu o poloměru  $r = 0,6$  m.



**Vzorce:**

$$o = 2\pi r = \pi d$$

$$S = \pi r^2$$

$o$  ... obvod kruhu (délka kružnice)

S ... obsah kruhu

$r$  ... poloměr kruhu

$d$  ... průměr ( $d = 2 \cdot r$ )

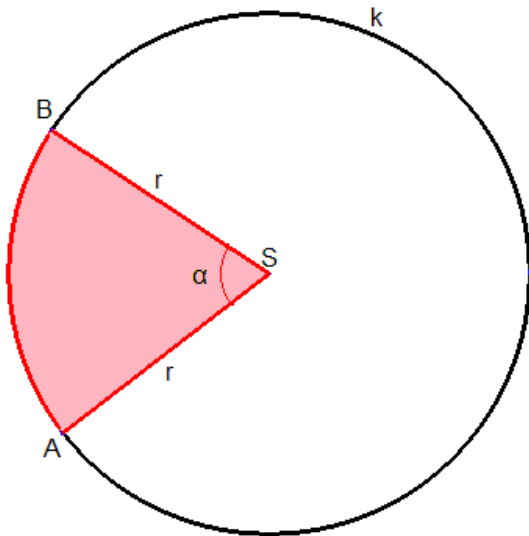
**Kruh je množina bodů v rovině, jejichž vzdálenost od středu je rovna nebo menší poloměru kruhu.**

$$S = \pi r^2$$

$$S = \pi \cdot 0,6^2$$

$$S \doteq 1,13 \text{ m}^2$$

- b) Vypočtete obsah kruhové výseče příslušející středovému úhlu  $\alpha = 150^\circ$  v kruhu o průměru  $d = 2$  m.



**Vzorce:**

$$S = \frac{\pi \cdot r^2}{360^\circ} \alpha$$

S ... obsah kruhové výseče

r ... poloměr kruhu

$\alpha$  ... středový úhel

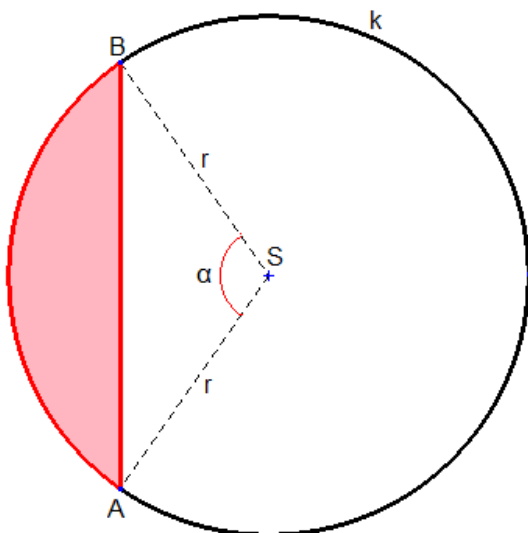
**Kruhová výseč je část kruhu ohraničená dvěma poloměry, které svírají středový úhel  $\alpha$ .**

$$d = 2 \text{ m} \rightarrow r = 1 \text{ m}$$

$$S = \frac{\pi \cdot 1^2}{360^\circ} 150^\circ$$

$$S \doteq 1,31 \text{ m}^2$$

- c) Vypočtete obsah kruhové úseče příslušející středovému úhlu  $\alpha = 150^\circ$  v kruhu o poloměru 6 cm.



**Vzorce:**

$$S = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ} - \frac{r^2 \cdot \sin \alpha}{2}$$

S ... obsah kruhové úseče

r ... poloměr kruhu

$\alpha$  ... středový úhel

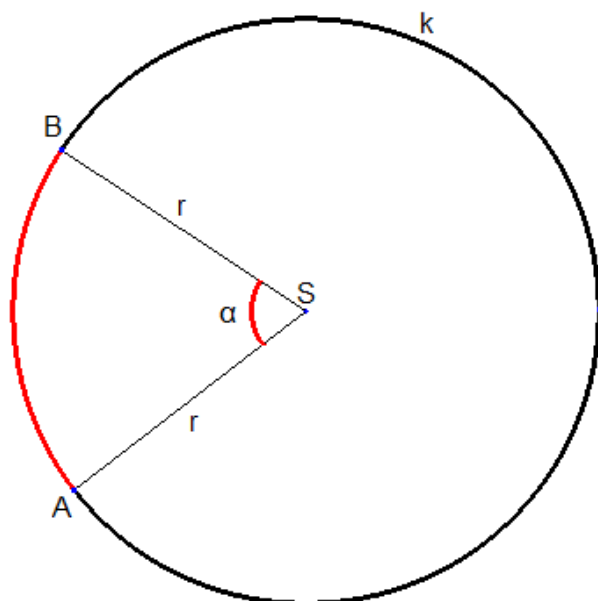
**Kruhová úseč je část kruhu vymezená tětivou a příslušným kruhovým obloukem.**

$$S = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 150^\circ}{360^\circ} - \frac{6^2 \cdot \sin 150^\circ}{2}$$

$$S \doteq 38,12 \text{ cm}^2$$

## Oblouková míra

Velikost úhlu můžeme určit nejen v míře stupňové, ale také v míře obloukové.



Délka kružnicového oblouku **AB**, kterému přísluší středový úhel o velikosti  $\alpha$  (ve stupňové míře) je rovna:

$$|\mathbf{AB}| = \frac{2\pi r}{360^\circ} \alpha = \frac{\pi r}{180^\circ} \alpha$$

Jednotkový úhel v obloukové míře se nazývá **radián (rad)**. Je to středový úhel, který přísluší na jednotkové kružnici (tj. kružnici s poloměrem 1) oblouku o délce 1.

Pozn.: Označení *rad* velikosti úhlu v míře obloukové většinou vynecháváme.

**Pro délku kruhového oblouku platí:  $l = r \cdot x$**                       x... velikost úhlu v míře obloukové

**Pro obsah kruhové výseče platí:  $S = \frac{r^2 x}{2}$**                       x... velikost úhlu v míře obloukové

**Pro obsah kruhové úseče platí:  $S = \frac{r^2 (x - \sin x)}{2}$**                       x... velikost úhlu v míře obloukové

Úkol: Jakou velikost v míře stupňové má úhel o velikosti 1 radián?                      [přibližně **57°18'**]

Příklad: Vypočtete obsah kruhové výseče z úlohy 2c.

Velikost úhlu  $\alpha = 150^\circ$  je v míře obloukové rovna  $x = \frac{\pi \cdot 1}{180^\circ} 150^\circ = \frac{5\pi}{6}$ .

Pro obsah kruhové výseče platí:  $S = \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{12} \doteq 1,31 \text{ m}^2$ .

**Použitá literatura:**

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 9. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1

POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: Planimetrie*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2006. ISBN 80-7196-174-4

V prezentaci byly použity pouze vlastní obrázky (vytvořené v programu Cabri II Plus 1.4.5).