



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Digitální učební materiál

Projekt: Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60  
České Budějovice

---

**Název materiálu:** Konstrukční úlohy - trojúhelník – pracovní list

**Autor materiálu:** Mgr. Martin Mach

**Datum vytvoření:** 25. 6. 2013

### Zařazení materiálu:

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Tematická oblast: Planimetrie

Sada: MA3

Číslo DUM: 20

Předmět, ročník: Matematika, 2.

### Ověření materiálu ve výuce:

Datum ověření: 24. 9., 27. 9. 2013 Třída: ZLY 2.

Ověřující učitel: Mgr. J. Lvová

### Popis způsobu použití materiálu ve výuce:

Pracovní list určený pro výuku konstrukčních úloh ve všech oborech vzdělání na střední zdravotnické škole. Obsahuje základní úlohy zaměřené na konstrukci trojúhelníků. Materiál je určen žákům pro individuální procvičení látky a rovněž může sloužit učiteli k ověření znalostí a dovedností žáků v daném tématu. Pracovní list je vhodné vyplňovat až po probrání příslušného tématu. U všech úloh jsou uvedeny kompletní konstrukce včetně zápisu řešení.

**Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.**

## Zadání a řešení úloh

1. Sestrojte trojúhelník ABC, je-li dáno:

$$c = 7 \text{ cm}, t_c = 5 \text{ cm}, v_c = 4 \text{ cm}.$$

### Rozbor úlohy

Při řešení využijeme vlastnosti výšky a těžnice v trojúhelníku:

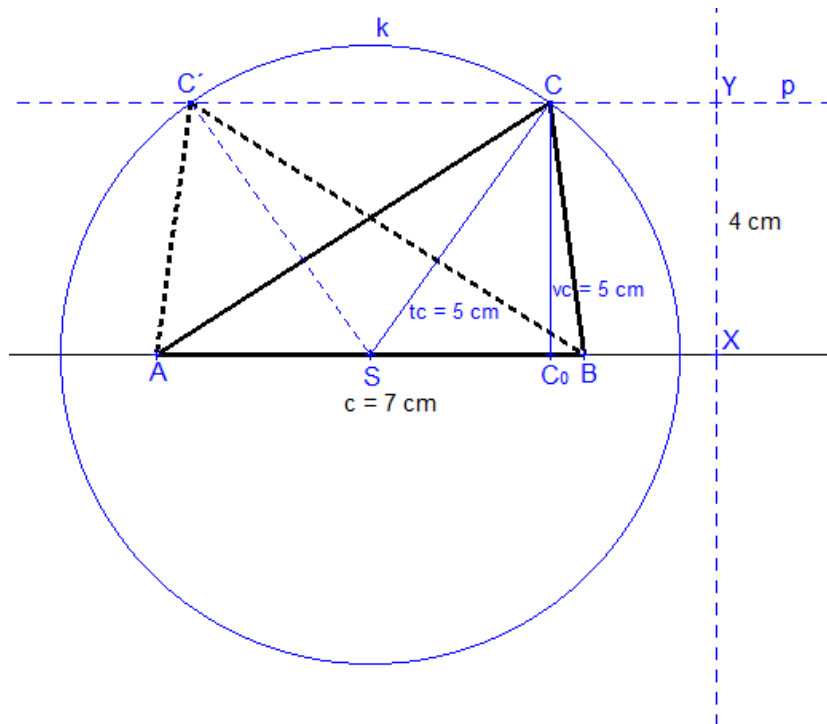
- Výška je úsečka, jejímiž krajními body jsou vrchol trojúhelníku a pata kolmice vedené tímto vrcholem na protější stranu.
- Těžnice je úsečka, jejímiž krajními body jsou střed strany a protilehlý vrchol trojúhelníku.

Množiny bodů dané vlastnosti:

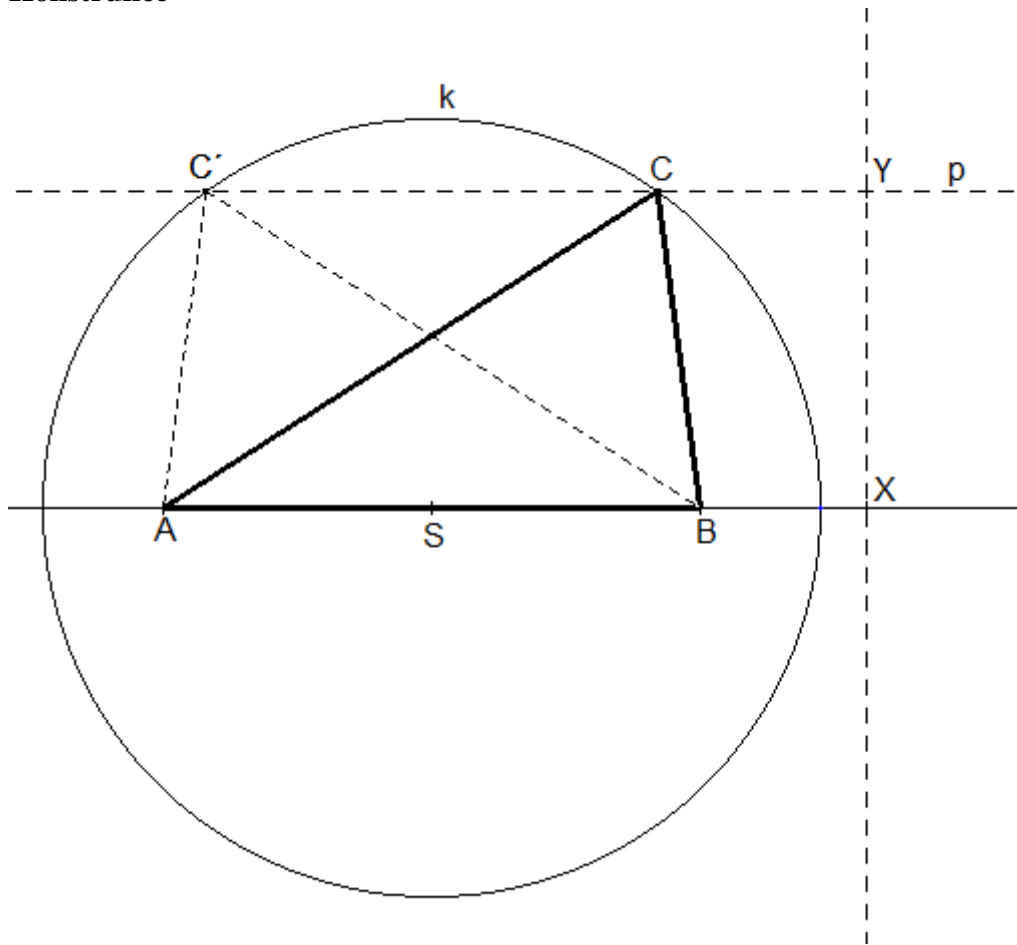
ad výška) množina bodů, které jsou od přímky AB vzdálené 4 cm  $\rightarrow$  ekvidistanta p přímky AB.

ad těžnice) množina bodů, které jsou od středu S úsečky AB vzdálené 5 cm  $\rightarrow$  k (S, r = 5 cm).

### Náčrtek



## Konstrukce



### Zápis konstrukce

1.  $AB$ ;  $|AB| = 7$  cm
2.  $p$ ;  $p \parallel \leftrightarrow AB$  ve vzdálenosti 4 cm
3.  $S$ ;  $S$  je střed  $AB$
4.  $k$ ;  $k(S, r = 5$  cm)
5.  $C$ ;  $C \in p \cap k$
6. trojúhelník  $ABC$

### Diskuse

Úloha má ve zvolené polorovině právě 2 řešení.

### Úkol

Zamyslete se nad tím, jakou délku při daném zadání by musela mít těžnice  $t_c$ , aby úloha měla:

- a) právě jedno řešení ve zvolené polorovině,
- b) žádné řešení.

2. Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C, je-li dáno:

$c = 7 \text{ cm}$ ,  $v_c = 3 \text{ cm}$ .

### Rozbor úlohy

Při řešení využijeme vlastnosti výšky a Thaletovu větu:

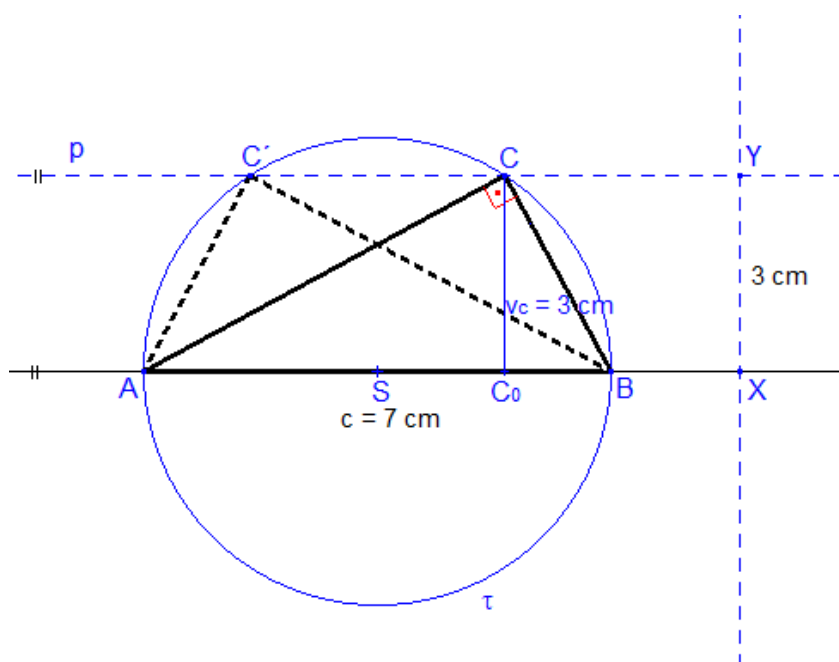
- Výška je úsečka, jejímiž krajními body jsou vrchol trojúhelníku a pata kolmice vedené tímto vrcholem na protější stranu.
- Všechny obvodové úhly sestavené nad průměrem kružnice jsou pravé.

Množiny bodů dané vlastnosti:

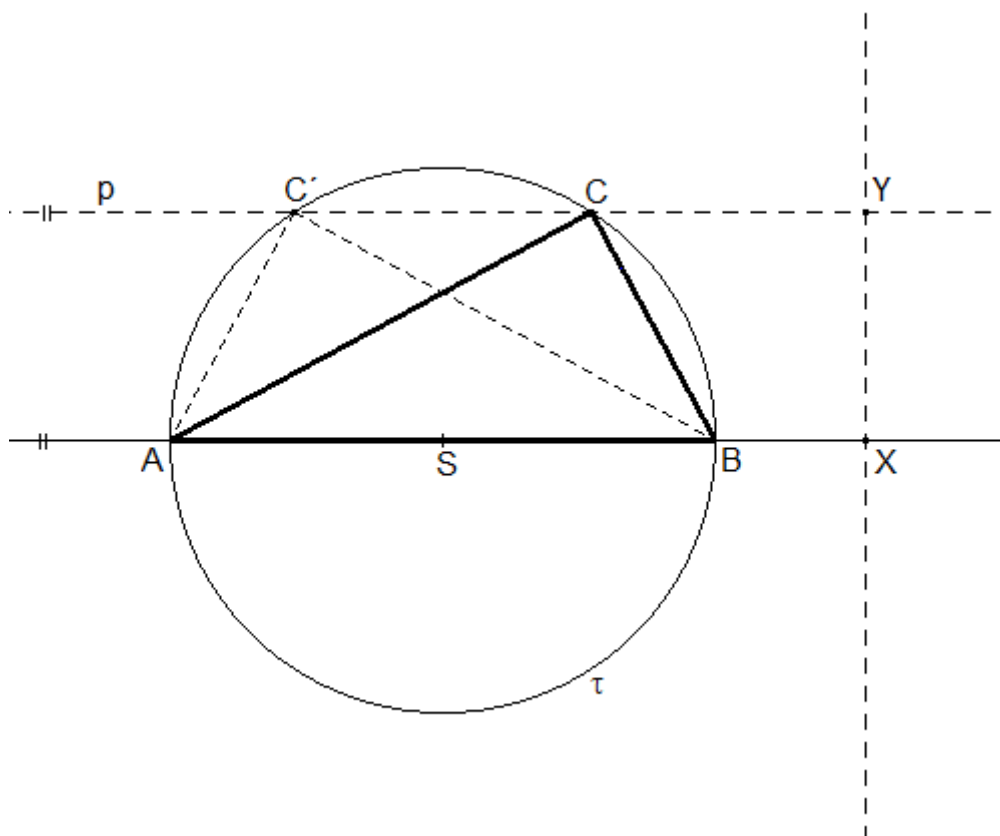
ad výška) množina bodů, které jsou od přímky AB vzdálené 3 cm  $\rightarrow$  ekvidistanta p přímky AB.

ad Thaletova věta) množina vrcholů všech pravých úhlů, jejichž ramena procházejí danými body A, B, je kružnice s průměrem AB  $\rightarrow$  Thaletova kružnice  $\tau$ .

### Náčrtek



## Konstrukce



### Zápis konstrukce

1.  $AB$ ;  $|AB| = 7$  cm
2.  $p$ ;  $p \parallel \leftrightarrow AB$  ve vzdálenosti 3 cm
3.  $S$ ;  $S$  je střed  $AB$
4.  $\tau$ ;  $\tau(S, r = |AS|)$
5.  $C$ ;  $C \in p \cap \tau$
6. trojúhelník  $ABC$

### Diskuse

Úloha má ve zvolené polorovině právě 2 řešení.

### Úkol

Zamyslete se nad tím, jakou délku při daném zadání by musela mít výška  $v_c$ , aby úloha měla:

- a) právě jedno řešení ve zvolené polorovině,
- b) žádné řešení.

### 3. Sestrojte trojúhelník KLM, je-li dáno:

$m = 6 \text{ cm}$ ,  $t_k = 4,5 \text{ cm}$ ,  $t_m = 6 \text{ cm}$ .

#### Rozbor úlohy

Při řešení využijeme vlastnosti těžnic a těžiště v trojúhelníku:

- Těžnice je úsečka, jejímiž krajními body jsou střed strany a protilehlý vrchol trojúhelníku.
- Těžiště dělí těžnice v poměru 2:1 tak, že delší úsek těžnice leží vždy u vrcholu. To znamená, že úsek těžnice od vrcholu do těžiště tvoří vždy  $\frac{2}{3}$  celkové délky těžnice.

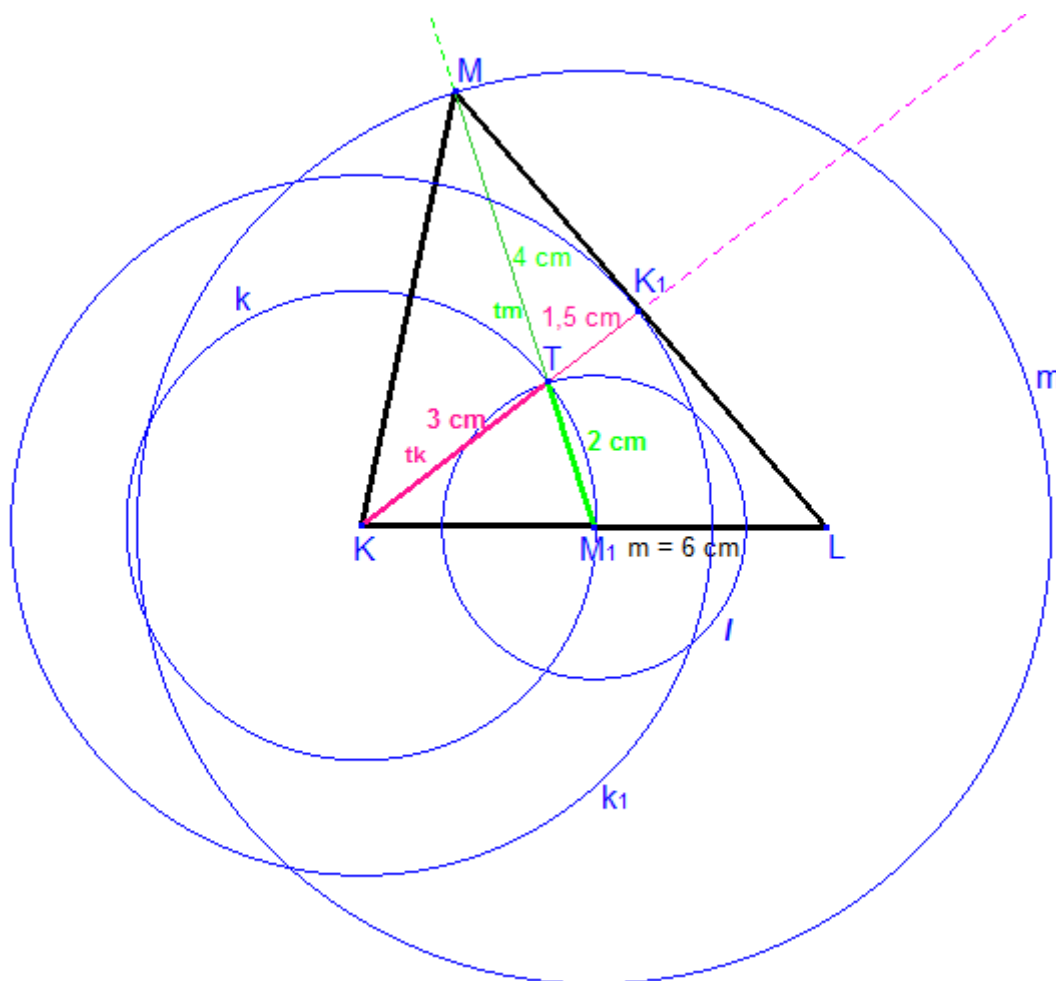
Množiny bodů dané vlastnosti:

ad  $t_m$ ) množina bodů, které jsou od středu  $M_1$  strany KL vzdálené 6 cm  $\rightarrow m$  ( $M_1$ ,  $r = 6 \text{ cm}$ ).

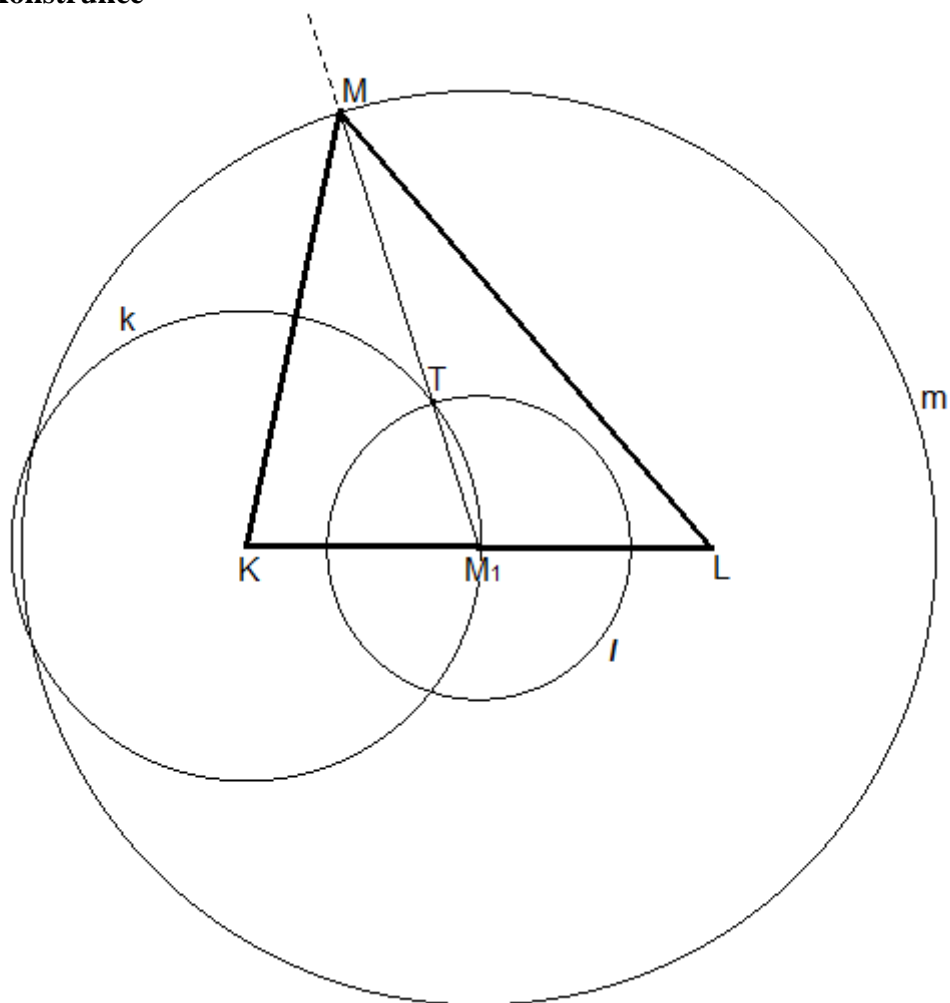
ad  $t_k$ ) množina bodů, které jsou od vrcholu K vzdálené 4,5 cm  $\rightarrow k_1$  ( $K$ ,  $r = 4,5 \text{ cm}$ ).

Poznámka: Při vlastní konstrukci (viz níže) nebudeme tuto množinu bodů používat.

#### Náčrtek



## Konstrukce



### Zápis konstrukce

1.  $KL$ ;  $|KL| = 6$  cm
2.  $k$ ;  $k(K, r = 3$  cm)
3.  $M_1$ ;  $M_1$  je střed  $KL$
4.  $l$ ;  $l(M_1, r = 2$  cm)
5.  $T$ ;  $T \in k \cap l$
6.  $m_1$ ;  $m_1(M_1, r = 6$  cm)
7.  $M$ ;  $M \in m_1 \cap \rightarrow M_1T$
8. trojúhelník  $KLM$

### Diskuse

Úloha má ve zvolené polorovině právě 2 řešení.

**Úkol:** Nalezněte další postup, jak by bylo možno sestrojít bod  $M$ .

**Použitá literatura:**

**Použitá literatura:**

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 9. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1

POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: Planimetrie*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2006. ISBN 80-7196-174-4

V prezentaci byly použity pouze vlastní obrázky (vytvořené v programu Cabri II Plus 1.4.5).