Projekt: **Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527**

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60 České Budějovice

Název materiálu: Mocniny s přirozeným mocnitelem

Autor materiálu: Helena Jandová

Datum (období) vytvoření: říjen 2012

Zařazení materiálu:

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Předmět: Matematika, 1. ročník

Sada: MA1

Číslo DUM: 13

Tematická oblast: Základní poznatky z matematiky

Ověření materiálu ve výuce:

Datum ověření: 12. 11. 2012

Ověřující učitel: RNDr. Helena Jandová

Třída: LA 1

Popis způsobu použití materiálu ve výuce: Výuka základních poznatků z matematiky v 1. ročnících SZŠ. Výuková elektronická prezentace, která je určena pro seznámení žáků s mocninami s přirozeným mocnitelem a základními operacemi s nimi. Materiál může sloužit jako pomůcka doplňující výklad učitele, ale také je vhodná pro domácí přípravu žáků (např. zpřístupněním formou e-learningu). Materiál obsahuje zpětnou vazbu ověřující pochopení látky v podobě řešených příkladů.

Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Mocniny

s přirozeným mocnitelem

Základní pojmy

a^n mocnina

a základ mocniny (mocněnec)

n mocnitel (exponent)

Definice mocniny

Pro každé reálné číslo *a* a každé přirozené číslo *n* je

$$a^n = a \cdot a \cdot \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \cdot a,$$

kde v součinu na pravé straně je n činitelů.

Důsledky definice

a) Pro každé reálné číslo a platí

$$a^1 = a$$

b) Pro každé přirozené číslo n platí

$$1^n = 1 \text{ a } 0^n = 0$$

Sudá a lichá mocnina

Pro každé $a \in R$ a pro každé $n \in N$ platí:

a) je-li $a > 0$, pak $a^n > 0$,

b) je-li $a < 0$, pak $a^{2n} > 0$,

c) je-li $a < 0$, pak $a^{2n-1} < 0$.

Příklad č. 1

- **Rozhodněte, zda platí:**

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{30} \succ 0$

b) $(-5)^{15} \succ 0$

c) $\left(-\frac{1}{5}\right)^{22} \succ 0$

d) $(-3+9)^{11} \prec 0$

Řešení

a) platí (sudá mocnina je kladná)

b) neplatí (lichá mocnina záporného čísla je záporná)

c) platí (sudá mocnina záporného čísla je kladná)

d) neplatí (lichá mocnina kladného čísla je kladná)

Mocniny se základem 10

- **Mají velký význam v matematice, fyzice a dalších přírodních a technických vědách, kde se pracuje s velkými čísly.**
- **Číslo zapisujeme ve tvaru:**

$a \cdot 10^{n}$, kde $1 \leq a < 10$, $n \in N$

Příklad č. 2

Zapište ve tvaru $a \cdot 10^n$, kde $1 \leq a < 10$, $n \in N$ následující číselné údaje:

a) 12 000 km

b) 713 000 km^2

c) 8 521 000 km^2

d) 391 s

Řešení č. 2

a) $12\,000\ \text{km} = 1{,}2 \cdot 10^4\ \text{km}$

b) $713\,000\ \text{km}^2 = 7{,}13 \cdot 10^5\ \text{km}^2$

c) $8\,521\,000\ \text{km}^2 = 8{,}521 \cdot 10^6\ \text{km}^2$

d) $391\ \text{s} = 3{,}91 \cdot 10^2\ \text{s}$

Věty pro počítání s mocninami

- **Pro každá dvě reálná čísla *a* , *b* a pro každá *přirozená čísla* *r* , *s* platí:**
-

$$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$$

$$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$$

$$a^r : a^s = a^{r-s}\ , \quad a \neq 0\ , \quad r > s$$

Věty pro počítání s mocninami

- **Pro každá dvě reálná čísla a , b a pro každé přirozené číslo *r* platí:**

$$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$$

Příklad č. 3

- **Vypočítejte:**

a) $\dfrac{2^5 \cdot 2^7}{2^{10}}$

b) $\dfrac{(-3)^3 \cdot (-3)^6}{(-3)^5 \cdot 3^2}$

c) $\dfrac{(2^3 \cdot 3^2)^3}{(2 \cdot 3)^5}$

d) $\left(\dfrac{2^2}{5}\right)^5 \cdot \left(-\dfrac{5^2}{2^3}\right)^3$

Řešení

a) 4

b) 9

c) 48

d) –10

Postup řešení a)

$$\frac{2^5 \cdot 2^7}{2^{10}} = \frac{2^{5+7}}{2^{10}} = 2^{12-10} = 2^2 = 4$$

Postup řešení b)

b) $$\frac{(-3)^3\cdot(-3)^6}{(-3)^5\cdot 3^2}=\frac{(-3)^{3+6}}{(-3)^5\cdot 3^2}=\frac{(-3)^{9-5}}{3^2}=$$

$$=\frac{(-3)^4}{3^2}=3^2=9$$

Postup řešení c)

c) $$\frac{\left(2^3 \cdot 3^2\right)^3}{(2 \cdot 3)^5} = \frac{2^{3 \cdot 3} \cdot 3^{2 \cdot 3}}{2^5 \cdot 3^5} = \frac{2^9}{2^5} \cdot \frac{3^6}{3^5} =$$

$$= 2^{9-5} \cdot 3^{6-5} = 2^4 \cdot 3^1 = 16 \cdot 3 = 48$$

Postup řešení d)

d) $$\left(\frac{2^2}{5}\right)^5 \cdot \left(-\frac{5^2}{2^3}\right)^3 = \frac{2^{10}}{5^5} \cdot \left(-\frac{5^{2\cdot 3}}{2^{3\cdot 3}}\right) =$$

$$= -\left(\frac{2^{10}}{2^9} \cdot \frac{5^6}{5^5}\right) = -\left(2^{10-9} \cdot 5^{6-5}\right) =$$

$$= -2 \cdot 5 = -10$$

Seznam použité literatury:

BUŠEK, Ivan a Emil CALDA. *Matematika pro gymnázia*: *Základní poznatky z matematiky*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2008. Učebnice pro střední školy. ISBN 978-80-7196-366-0