

Projekt: Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60 České Budějovice

Název materiálu: Funkce – úvod

Autor materiálu: Mgr. Jana Lvová

Datum vytvoření: 2. 7. 2013

Zařazení materiálu:

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Předmět: Matematika, 1., 2. ročník

Sada: MA2

Číslo DUM: 01

Tematická oblast: Funkce, rovnice a nerovnice, slovní úlohy

Ověření materiálu ve výuce:

Datum ověření: 25. 10. a 4. 11. 2013

Ověřující učitel: Mgr. Jana Lvová

Třída: ZLY 2.

Popis způsobu použití materiálu ve výuce: Elektronická prezentace, která je určena pro výuku základních poznatků o funkcích ve všech oborech vzdělání na střední zdravotnické škole. Prezentace seznamuje žáky se základními pojmy na téma funkce. Může sloužit jako názorná pomůcka během výkladu nového učiva nebo při opakování již probrané látky. Také je vhodná pro domácí přípravu žáků. Je využitelná rovněž jako součást e-learningu. Materiál obsahuje zpětnou vazbu ověřující pochopení látky v podobě snímků s úkoly.

Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

FUNKCE – ÚVOD

DEFINICE:

Funkce na množině A ($A \subset \mathbb{R}$) je předpis, který každému číslu z množiny A přiřadí **právě jedno** reálné číslo z množiny B ($B \subset \mathbb{R}$)

Množina A se nazývá **definiční obor** funkce.

Značíme ji D_f .

Množina B se nazývá **obor (funkčních) hodnot**.

Značíme ji H_f .

DEFINIČNÍ OBOR, OBOR HODNOT FUNKCE

- **Definiční obor funkce D_f** : podmnožina R , jejímuž každému prvku funkce f přiřazuje reálné číslo. Definiční obor je součástí definice funkce.
- Poznámka: Existují funkce, u nichž není D_f není uveden. V těchto případech je D_f maximální možná podmnožina R .
- **Obor hodnot funkce H_f** : množina všech $y \in R$, ke kterým existuje aspoň jedno x z definičního oboru funkce f tak, že platí : $y = f(x)$
- Poznámka: používají se také symboly: $D(f)$ pro definiční obor a $H(f)$ pro obor hodnot funkce.

PŘÍKLAD

- Příklad 1:

- Je dána funkce: a) $f: y = \frac{x}{x-3}$
b) $g: y = \frac{1}{x^2+1}$
c) $h: y = \sqrt{x-2}$

Určete jejich definiční obor.

- Příklad 2:
- Určete obor hodnot funkcí:
a) $m: y = |x|$
b) $n: y = x + 3$

ŘEŠENÍ:

- Příklad 1:

a) $D_f = R - \{3\} = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

b) $D_g = R$

c) $D_h = \langle 2, +\infty \rangle$

- Příklad 2:

a) $H_m = \langle 0, +\infty \rangle$

b) $H_m = R$

ZÁPIS FUNKCE

- Nejčastěji **předpisem**: $f: y = 3x, \quad x \in \langle -2, 2 \rangle$
- Platí: každému $x \in \langle -2, 2 \rangle$ přiřadíme jeho trojnásobek.
- $\langle -2, 2 \rangle$ je definiční obor dané funkce f .
- Další zápis funkce: $f(x) = 3x, \quad x \in \langle -2, 2 \rangle$
- Nebo také: $x \rightarrow 3x, \quad x \in \langle -2, 2 \rangle$
- Poznámka: Funkce označujeme často písmenem f , ale můžeme i jinými malými písmeny (g, h, k, m, \dots)

HODNOTA FUNKCE V BODĚ

- Platí-li např. že číslu 1 je přiřazeno číslo 3, nazýváme toto číslo 3 **hodnota funkce $f: y = 3x$ v bodě 1** a zapisujeme: **$f(1) = 3$** .
- Obecně: $f(x_0) = y_0$. Číslo $f(x_0)$ nazýváme hodnota funkce f v bodě x_0 nebo stručněji **funkční hodnota v bodě x_0** .

PŘÍKLADY

- Příklad 1: Je dána funkce $f: y = 2x^2 - 3x$, $x \in R$.
Určete hodnoty této funkce v bodech:
– 5, 0, 2, 11.
- Příklad 2: Zapište funkce, které vyjadřují závislost
 - a) obvodu čtverce na délce jeho strany
 - b) obvodu kruhu na jeho poloměru
 - c) obsahu kruhu na jeho poloměru

ŘEŠENÍ:

- Příklad 1: $f(-5) = 65$
 $f(0) = 0$
 $f(2) = 2$
 $f(11) = 209$
- Příklad 2: a) $o = 4a \rightarrow f: y = 4x$
b) $o = 2\pi r \rightarrow f: y = 2\pi x$
c) $S = \pi r^2 \rightarrow f: y = \pi x^2$

DALŠÍ ZPŮSOBY URČENÍ FUNKCE

- Funkce jako množina uspořádaných dvojic:
Funkci $f: y = 2x, x \in \{0,1,2,3,4\}$
zapíšeme: $\{ [0,0], [1,2], [2,4], [3,6], [4,8] \}$
- Tímto způsobem můžeme zapsat pouze funkci s konečným počtem uspořádaných dvojic.
- Uspořádaná dvojice: $[x, y]$,
- x ... nezávisle proměnná, $x \in D_f$
- **$y = f(x)$... závisle proměnná, $y \in H_f$**

FUNKCE URČENÁ TABULKOU

- Funkci $f: y = 2x, x \in \{0,1,2,3,4\}$ lze zapsat pomocí tabulky:

x	0	1	2	3	4
y	0	2	4	6	8

- Tímto způsobem lze opět určit pouze funkci s konečným počtem uspořádaných dvojic.

PŘÍKLAD

- Příklad 1: Rozhodněte, zda množina uspořádaných definiční obor a obor hodnot.
a) $\{[1,5], [2,6], [3,7], [4,8], [5,9]\}$
b) $\{[0, -5], [1, -4], [2, -1], [3, 4], [3, -4]\}$
- Příklad 2: Funkce f je dána tabulkou. Určete ji předpisem.

x	-1	0	1	2
y	4	3	4	7

ŘEŠENÍ:

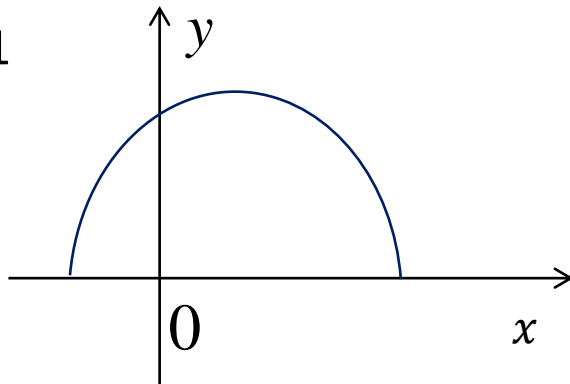
- Příklad 1: a) je funkce, $f: y = x^2 - 5$
b) není funkce: $x = 3$ jsou přiřazena 2 čísla
- Příklad 2: $f: y = x^2 + 3$

GRAF FUNKCE

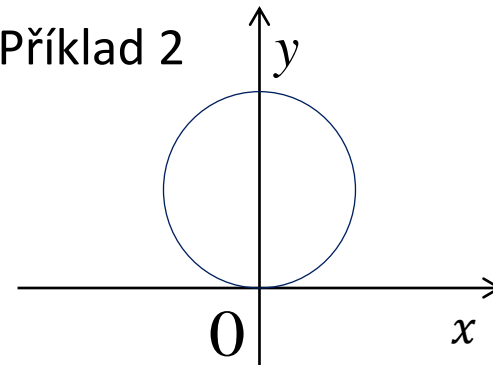
- Graf funkce f ve zvolené soustavě souřadnic Oxy v rovině je množina všech bodů $X = [x, f(x)]$, kde $x \in D_f$.
- Graf funkce zakreslujeme obvykle v **kartézské soustavě souřadnic**, což je taková soustava souřadnic v rovině, jejíž osy x a y jsou navzájem kolmé a jednotky délky jsou na obou osách stejné.

GRAF FUNKCE, PŘÍKLADY

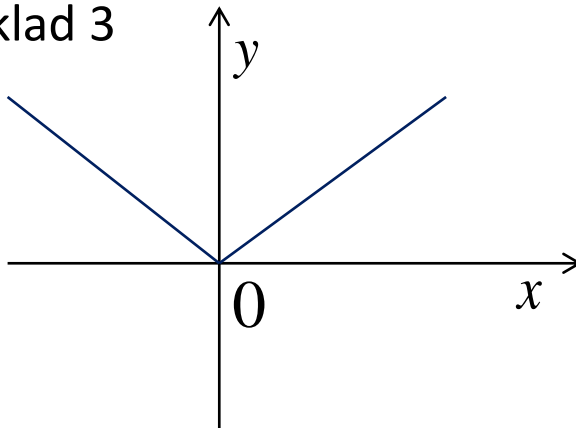
Příklad 1



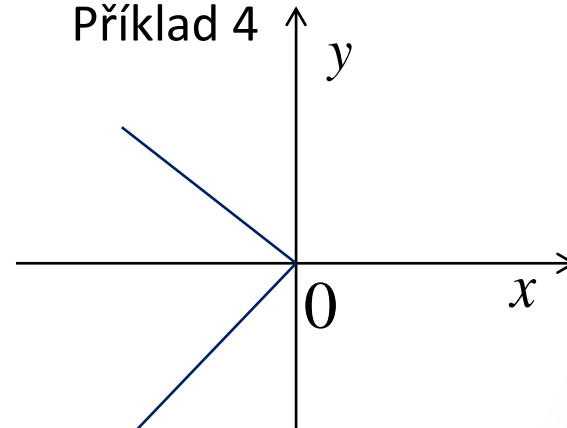
Příklad 2



Příklad 3



Příklad 4



Které z „obrázků“ jsou grafy funkcí?

ŘEŠENÍ:

- Grafy funkcí jsou příklady č. **1** a **3**.
- Platí: **Každá přímka rovnoběžná s osou y má s grafem funkce nejvýše jeden společný bod.**

POUŽITÁ LITERATURA A DALŠÍ ZDROJE:

- CALDA, Emil. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a Sou: 1. díl*. Praha: Prometheus, 2011. ISBN 978-80-7196-020-1.
- ODVÁRKO, Oldřich. *Matematika pro gymnázia: Funkce*. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-7196-164-7.
- Obrázky: vlastní tvorba