INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Projekt: Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60 České Budějovice

---

Název materiálu: **Soustavy lineárních rovnic (pracovní list)**

Autor materiálu: **Mgr. Jana Lvová**

Datum (období) vytvoření: **1. 11. 2013**

Zařazení materiálu:

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Tematická oblast: Funkce, rovnice a nerovnice, slovní úlohy

Sada: MA2 Číslo DUM: 14 Předmět, ročník: Matematika, 1., 2.

Ověření materiálu ve výuce:

Datum ověření: 13. a 14. 1. 2014 Třída: ZLY 2. Ověřující učitel: Mgr. Jana Lvová

Popis způsobu použití materiálu ve výuce:

Pracovní list, který je primárně určen učiteli jako pomůcka při výkladu, dále může sloužit žákům pro individuální procvičení látky. Možné je i jeho využití učitelem k ověření znalostí a dovedností žáků v daném tématu. Materiál obsahuje teoretický základ a početní úlohy. Jeho součástí je i klíč správných řešení.

Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ROVNIC

Soustava rovnic

$a_1x + b_1y = c_1$

$a_2x + b_2y = c_2$,

kde $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in R$, se nazývá soustava dvou lineárních rovnic o dvou neznámých x a y.

Jejím řešením je každá uspořádaná dvojice $[x_{0,}y_0]$, která je řešením obou jejích rovnic.

Metody řešení soustav lineárních rovnic

1. **Sčítací (adiční) metoda:**
   Rovnice vynásobíme vhodnými nenulovými čísly tak, abychom po následném sečtení obou rovnic, získali jednu rovnici o jedné neznámé. Tuto rovnici vyřešíme, a tak získáme hodnotu první neznámé. Tuto hodnotu dosadíme do jedné z původních rovnic. Jejím vyřešením získáme hodnotu druhé neznámé.

Příklad 1:

$2x - 3y + 4 = 0$

$\underline{3x + \ \ y - 5 = 0 \qquad\qquad /\cdot 3}$

$2x - 3y = -4$

$\underline{9x + 3y = 15}$ rovnice sečteme

$$11x = 11$$

$$\underline{\underline{\boldsymbol{x = 1}}}$$

Vypočteme druhou neznámou y:

$$2 \cdot 1 - 3y + 4 = 0$$

$$-3y = -6$$

$$\underline{\underline{\boldsymbol{y = 2}}}$$

Provedeme zkoušku:

Zk: $L_1 = 2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 + 4 = 0$

$P_1 = 0 \qquad \boldsymbol{L_1 = P_1}$

$L_2 = 3 \cdot 1 + 2 - 5 = 0$

$P_2 = 0 \qquad \boldsymbol{L_2 = P_2}$

Soustava má jediné řešení: $\underline{\underline{\boldsymbol{K = \{[1, 2]\}}}}$

2. **<u>Dosazovací (substituční) metoda:</u>**

   Z některé z rovnic vyjádříme jednu neznámou. Takto získaný výraz dosadíme do druhé rovnice. Získáme tím rovnici o jedné neznámé, kterou vyřešíme. Tím získáme hodnotu druhé neznámé. Tuto hodnotu dosadíme do výrazu, kterým je vyjádřena první neznámá, a tak vypočteme její hodnotu.

Příklad 2:

$x + 15y = 53 \quad \rightarrow \quad x = 53 - 15y \quad \rightarrow \quad x = 53 - 15 \cdot 3$

$\underline{6x + 2y = 54} \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \boldsymbol{x = 8}$

$6(53 - 15y) + 2y = 54$

$318 - 88y = 54$

$-88y = -264$

$\underline{\underline{\boldsymbol{y = 3}}}$

$\underline{\underline{\boldsymbol{K} = \{[\mathbf{8}, \mathbf{3}]\}}}$

3. **Srovnávací (komparační) metoda:**
   Z obou rovnic vyjádříme tutéž neznámou. Ze získaných výrazů vytvoříme jednu rovnici o jedné neznámé, kterou vyřešíme. Tak získáme hodnotu první neznámé. Tuto hodnotu dosadíme do jedné z rovnic, čímž vypočteme hodnotu druhé neznámé.

Příklad 3:

$y = 3x - 1$

$\underline{3x - y - 1 = 2} \quad \rightarrow \quad y = 3x - 3$

$3x - 1 = 3x - 3$

$-1 = -3$

Při řešení rovnice došlo k vyloučení neznámé x. Řešení soustavy na neznámé $\boldsymbol{x}$ nezávisí. Nezávisí ani na neznámé $\boldsymbol{y}$.

Rovnost $-1 = -3$ není pravdivá $\rightarrow$ Soustava nemá řešení.

$\underline{\underline{\boldsymbol{K} = \emptyset}}$

4. **<u>Grafická metoda:</u>**

   Každá lineární rovnice zároveň vyjadřuje lineární funkci. Z obou rovnic vyjádříme tutéž neznámou $\boldsymbol{y}$**,** čímž je převedeme na předpisy lineární funkce. Sestrojíme jejich grafy.

   <u>Mohou nastat tyto případy</u>:

   a) Sestrojené přímky představující rovnice jsou **různoběžné** $\rightarrow$ **soustava má jediné řešení** $-$ **průsečík přímek**.

   b) Sestrojené přímky představující rovnice jsou **rovnoběžné různé** $\rightarrow$ **soustava nemá žádné řešení**.

   c) Sestrojené přímky představující rovnice jsou **totožné** $\rightarrow$ **soustava má nekonečně mnoho řešení.**

<u>Příklad 4:</u>

Řešte graficky soustavu rovnic:

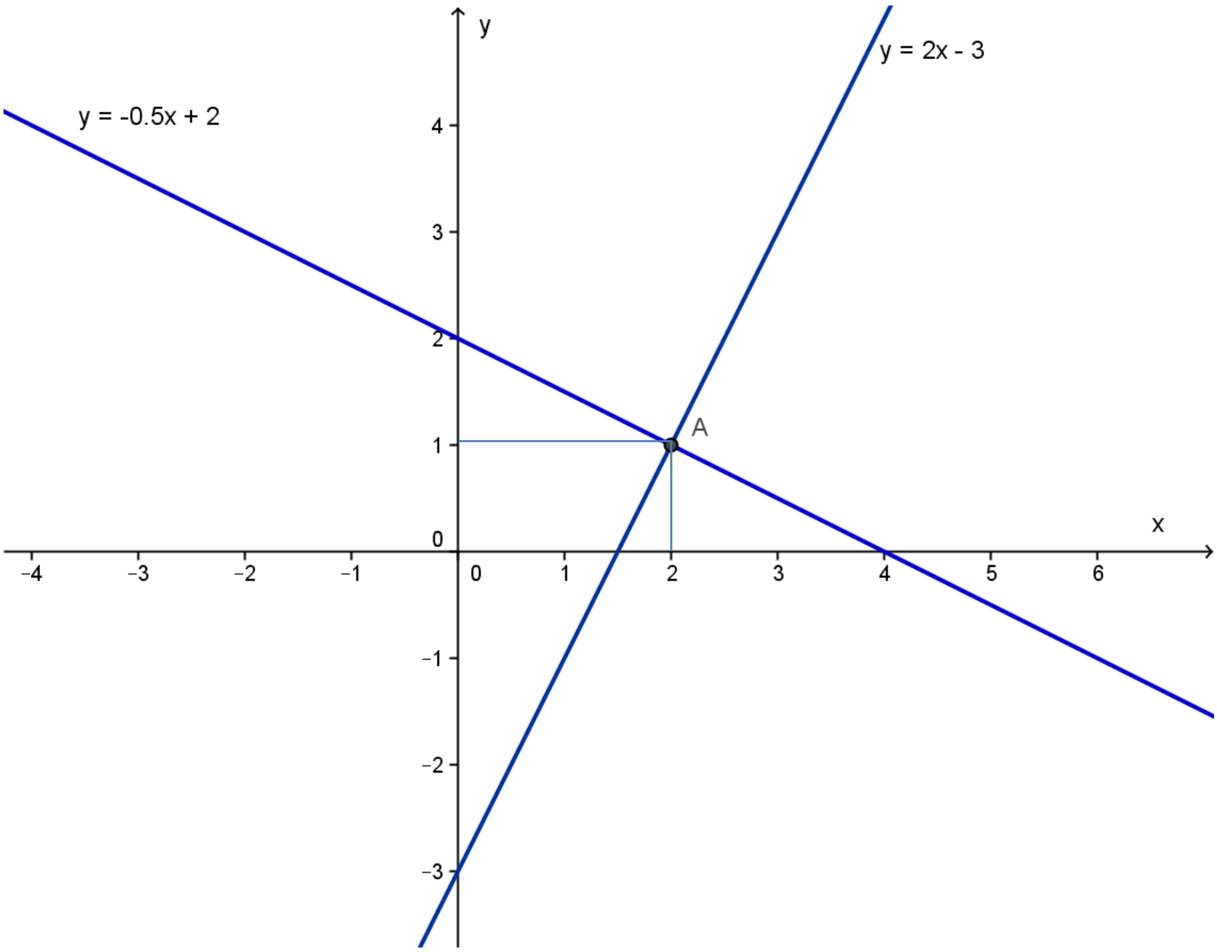
$x + 2y - 4 = 0$

$\underline{2x - y - 3 = 0}$

$f_1 \colon y = -\frac{1}{2}x + 2$

$f_2 \colon y = \ 2x - 3$

Sestrojíme grafy obou funkcí.



Průsečík přímek je bod $A = [2, 1]$

Soustava má jediné řešení: $[2, 1]$

$\underline{\underline{\boldsymbol{K = [2, 1]}}}$

Příklad 5:

Řešte soustavu rovnic. Zvolte vhodnou metodu.

$$\frac{x+3}{2}-5=y$$

$$y+\frac{7}{2}=\frac{1}{2}x$$

Dosazovací metoda:

$$y=\frac{x+3}{2}-5$$

$$\frac{x+3}{2}-5+\frac{7}{2}=\frac{x}{2}$$

$$x+3-10+7=x$$

$$\mathbf{0=0}$$

Soustava má nekonečně mnoho řešení.

$$\boldsymbol{K=\left\{\left[x,\frac{x+3}{2}-5\right]\right\}}$$

Další příklady k procvičení:

a) $$\frac{3x-2y}{5}+\frac{5x-3y}{3}=x+1$$
$$\frac{2x-3y}{3}+\frac{4x-3y}{2}=y+1$$

$\{[3,2]\}$

b) $(x+3)(y+5)=(x+1)(y+8)$

$(2x-3)(5y+5)=2(5x-6)(y+1)$

$\left\{\left[\frac{5}{3},-1\right]\right\}$

c) $12-2(2x-3y)=3(3y+2x)-31$

$3(3y-2x)=73-8(2x-3y)$

$\{[4,1]\}$

d) $\frac{x+y}{3}+\frac{y}{5}=-2$

$\frac{2x-y}{3}-\frac{3y}{4}=\frac{3}{2}$

$\{[3,2]\}$

e) Řešte graficky jako soustavu rovnic:

$x+y-1=0$

$y=|1-x|$

$\{[x,-x+1],x\in(-\infty,1\rangle\}$

Použitá literatura:

CHARVÁT, Jura, Jaroslav ZHOUF a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: Rovnice a nerovnice*. Dotisk 3. vydání. Praha: Prometheus, 2004. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-154-X.

KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: Maturitní minimum*. Dotisk 1. vydání. Praha: Prometheus, 2001. ISBN 80-7196-030-6.

CALDA, Emil. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU: 1. díl*. Dotisk 1. vydání. Praha: Prometheus, 2011. ISBN 978-80-7196-020-1.

Obrázky: vlastní tvorba.