



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Digitální učební materiál

Projekt: Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60
České Budějovice

Název materiálu: Obsah a obvod čtyřúhelníků – pracovní list

Autor materiálu: Mgr. Martin Mach

Datum vytvoření: 30. 5. 2013

Zařazení materiálu:

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Tematická oblast: Planimetrie

Sada: MA3

Číslo DUM: 10

Předmět, ročník: Matematika, 2.

Ověření materiálu ve výuce:

Datum ověření: 28. 11. 2013

Třída: ZDA 2.B

Ověřující učitel: Mgr. Martin Mach

Popis způsobu použití materiálu ve výuce:

Pracovní list pro výuku obsahu a obvodu čtyřúhelníků ve všech oborech vzdělání na střední zdravotnické škole. Obsahuje jednodušší úlohy zaměřené na procvičování základních dovedností: dosazování do vzorců a výpočty ze vzorců. Materiál je určen žákům pro individuální procvičení látky a rovněž může sloužit učiteli k ověření znalostí a dovedností žáků v daném tématu. Pracovní list je vhodné vyplňovat až po probrání příslušného tématu. U všech úloh jsou uvedeny správné výsledky, u většiny úloh rovněž vzorová řešení.

Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Zadání úloh

1. Čtverec

- Vyjádřete délku úhlopříčky u ve čtverci o straně $a = 5$ cm.
- Úlohu řešte obecně pro čtverec o straně a .
- Vyjádřete délku strany a ve čtverci o úhlopříčce $u = 8$ cm.
- Úlohu řešte obecně pro čtverec s úhlopříčkou u .
- Vypočítejte délku strany a čtverce, který má obsah $S = 0,36$ m² (výsledek uveďte v cm).

2. Obdélník

- Vypočítejte délku úhlopříčky obdélníku, jehož strany mají délky $a = 12$ cm, $b = 9$ cm.
- Vypočítejte obsah obdélníku o obvodu 34 cm, jehož kratší strana má délku 5 cm.

3. Kosočtverec

Vypočítejte obsah kosočtverce ABCD, je-li dáno:

- $e = |AC| = 10$ cm, $f = |BD| = 6$ cm
- $|BD| = 12$ cm, $\alpha = 50^\circ$

4. Kosodélník

Vypočítejte výšku v_a v kosodélníku ABCD o obsahu 160 cm² a obvodu 48cm, ve kterém je strana a dvakrát delší než strana b .

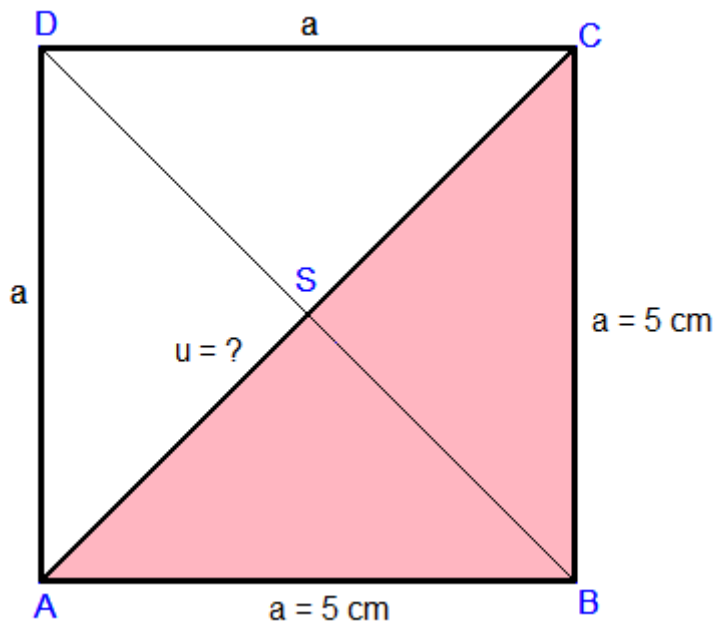
5. Lichoběžník

- Vypočítejte výšku v lichoběžníku ABCD, mají-li jeho základny velikosti $a = 26$ cm, $c = 20$ cm a obsah $S = 345$ cm².
- Vypočítejte obsah pravoúhlého lichoběžníku ABCD ($AB \parallel CD$) s pravým úhlem při vrcholu A, je-li $|AB| = 10$ cm, $|BC| = 5$ cm, $|CD| = 7$ cm.
- Vypočítejte obsah rovnoramenného lichoběžníku se základnami 28 m, 12 m a ramenem délky 10 m.
- Vypočítejte obvod lichoběžníku, ve kterém jsou délky rovnoběžných stran 106 m a 72 m. Vzdálenost stran je rovna 46 m a velikost úhlu mezi základnou a jedním ramenem je 57° .
- Vypočítejte obsah lichoběžníku PQRS o stranách: $p = 65$ m, $q = 29$ m, $r = 40$ m, $s = 36$ m.

Výsledky a vzorová řešení

1. Čtverec

- a) Vyjádřete délku úhlopříčky **u** ve čtverci o straně $a = 5$ cm.
b) Úlohu řešte obecně pro čtverec o straně **a**.



Pythagorova věta:

$$u^2 = 5^2 + 5^2$$

$$u^2 = 50$$

$$u = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

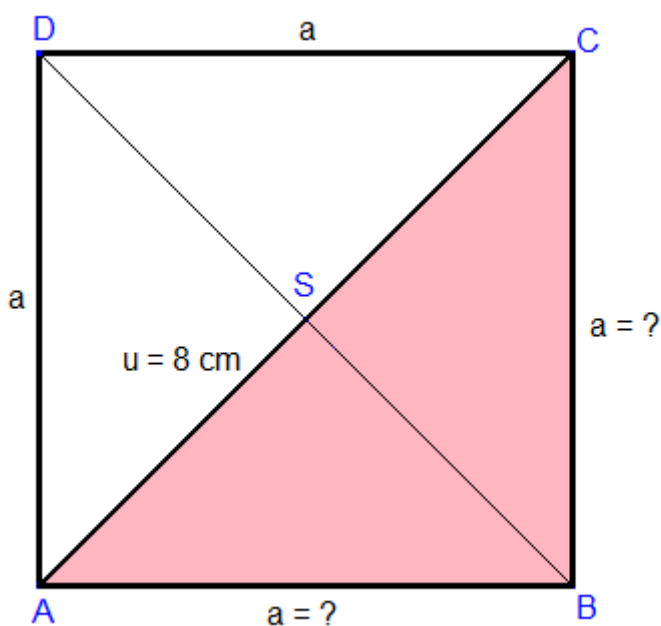
$$u^2 = a^2 + a^2$$

$$u^2 = 2a^2$$

$$u = \sqrt{2} a$$

Tento vztah je často potřeba, proto je užitečné zapamatovat si ho.

- c) Vyjádřete délku strany **a** ve čtverci o úhlopříčce $u = 8$ cm.
d) Úlohu řešte obecně pro čtverec s úhlopříčkou **u**.



Pythagorova věta:

$$8^2 = a^2 + a^2$$

$$64 = 2a^2$$

$$32 = a^2$$

$$a = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$u^2 = a^2 + a^2$$

$$u = \sqrt{2} a$$

$$a = \frac{u}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} u$$

e) Vypočítejte délku strany **a** čtverce, který má obsah $S = 0,36 \text{ m}^2$ (výsledek uveďte v cm).

$$S = a^2$$

$$0,36 = a^2$$

$$\sqrt{0,36} = a$$

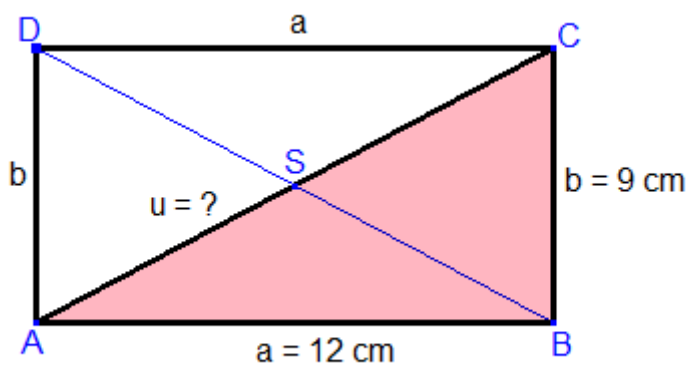
$$0,6 \text{ m} = a$$

$$60 \text{ cm} = a$$

Doporučení: Zvykněte si počítat také s neznámou na pravé straně rovnice.

2. Obdélník

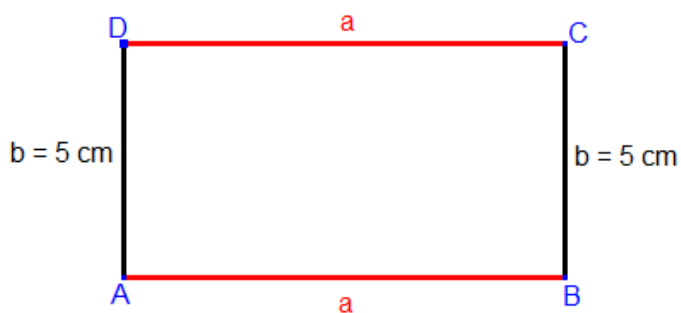
a) Vypočítejte velikost úhlopříčky v obdélníku, jehož strany mají délky $a = 12 \text{ cm}$, $b = 9 \text{ cm}$.



$$[u = 15 \text{ cm}]$$

Návod: K výpočtu velikosti úhlopříčky použijte Pythagorovu větu.

b) Vypočítejte obsah obdélníku o obvodu 34 cm, kratší strana má délku 5 cm.



$$o = 2(a + b)$$

$$34 = 2(a + 5)$$

$$34 = 2a + 10$$

$$24 = 2a$$

$$a = 12 \text{ cm}$$

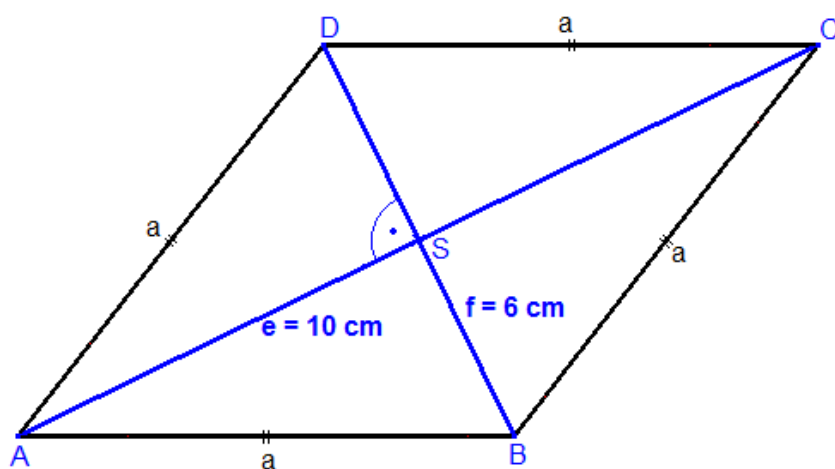
$$S = a \cdot b$$

$$S = 5 \cdot 12 = 60 \text{ cm}^2$$

3. Kosočtverec

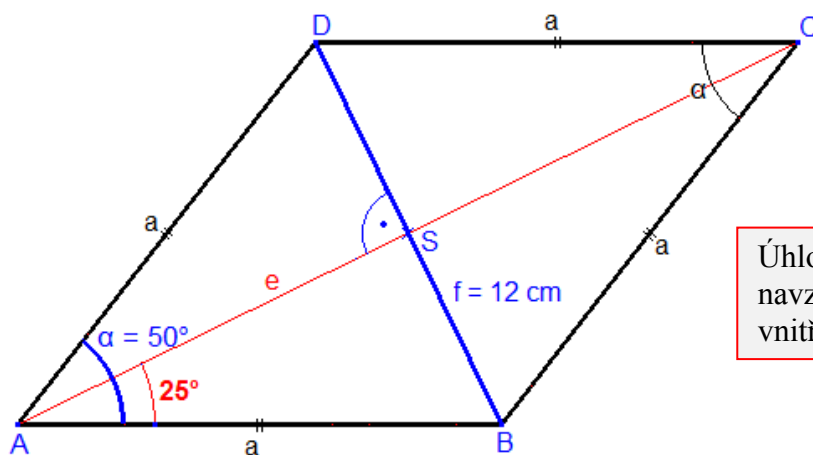
Vypočítejte obsah kosočtverce ABCD, je-li dáno:

a) $e = |AC| = 10$ cm, $f = |BD| = 6$ cm



$$S = \frac{e \cdot f}{2} = \frac{10 \cdot 6}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

b) $|BD| = 12$ cm, $\alpha = 50^\circ$



Úhlopříčky v kosočtverci se navzájem půlí a jsou osami vnitřních úhlů!

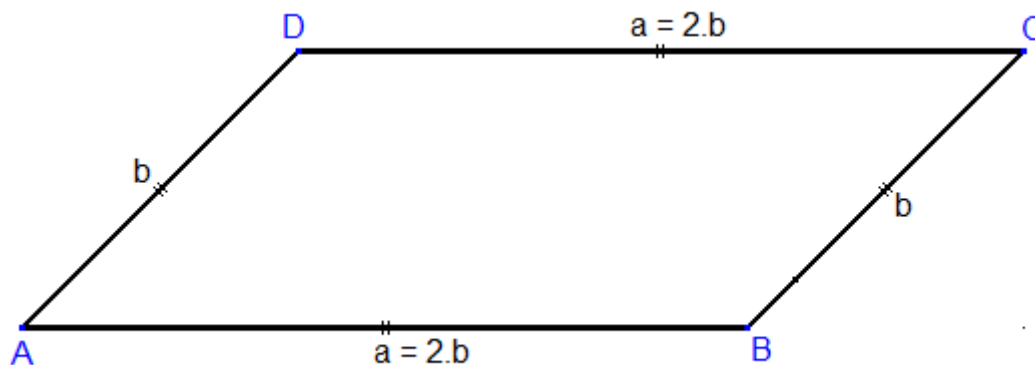
$$\text{tg } 25^\circ = \frac{6}{|AS|} \rightarrow |AS| = \frac{6}{\text{tg } 25^\circ}$$

$$e = |AC| = 2 \cdot |AS| \doteq 25,73 \text{ cm}$$

$$S = \frac{25,73 \cdot 12}{2} \doteq 154,4 \text{ cm}^2$$

4. Kosodélník

Vypočítejte výšku v_a v kosodélníku ABCD o obsahu 160 cm^2 a obvodu 48 cm , ve kterém je strana a dvakrát delší než strana b .



$$48 = 2 \cdot (a + b)$$

$$48 = 2 \cdot (2b + b)$$

$$48 = 6 \cdot b$$

$$b = 8 \text{ cm}$$

$$a = 16 \text{ cm}$$

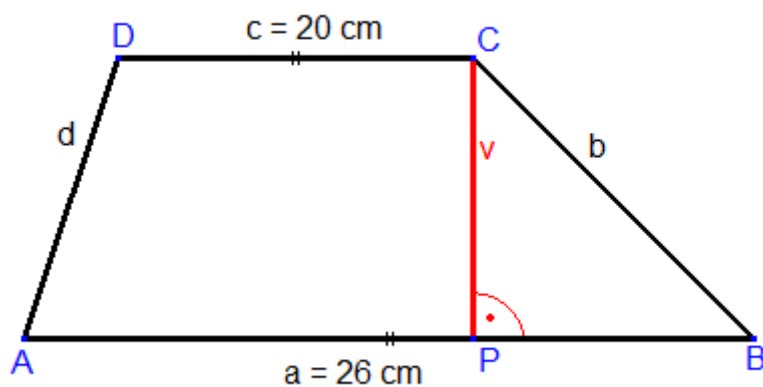
$$160 = a \cdot v_a$$

$$160 = 16 \cdot v_a$$

$$v_a = 10 \text{ cm}$$

5. Lichoběžník

a) Vypočítejte výšku v lichoběžníku ABCD, mají-li jeho základny velikosti $a = 26 \text{ cm}$, $c = 20 \text{ cm}$ a obsah $S = 345 \text{ cm}^2$.

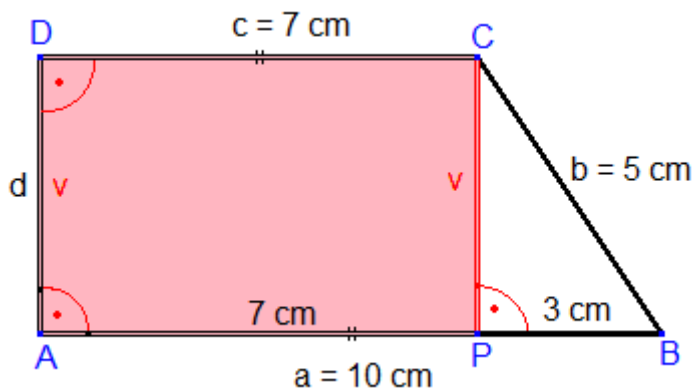


$$345 = \frac{(26+20) \cdot v}{2}$$

$$690 = 46 \cdot v$$

$$v = 15 \text{ cm}$$

- b) Vypočítejte obsah pravoúhlého lichoběžníku ABCD ($AB \parallel CD$) s pravým úhlem při vrcholu A, je-li $|AB| = 10$ cm, $|BC| = 5$ cm, $|CD| = 7$ cm.



$$v^2 = 5^2 - 3^2$$

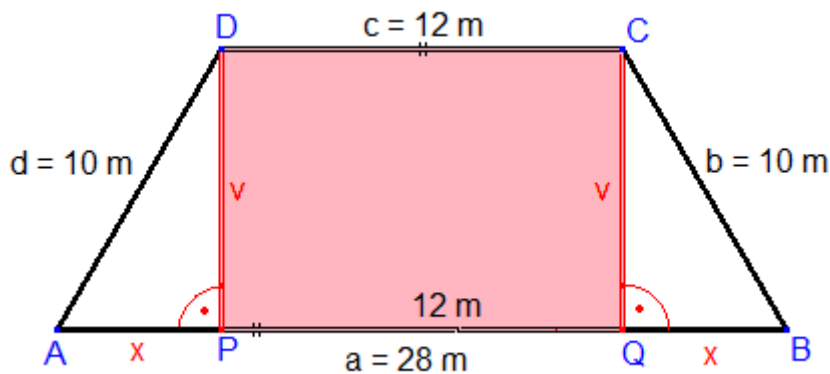
$$v^2 = 16$$

$$v = 4 \text{ cm}$$

$$S = \frac{(10+7) \cdot 4}{2} = 34 \text{ cm}^2$$

Při řešení využíváme rozdělení pravoúhlého lichoběžníku na obdélník a pravoúhlý trojúhelník. Následně použijeme Pythagorovu větu.

- c) Vypočítejte obsah rovnoramenného lichoběžníku se základnami 28 m, 12 m a ramenem délky 10 m.



$$x = (28 - 12) : 2 = 8 \text{ m}$$

$$v^2 = 10^2 - 8^2$$

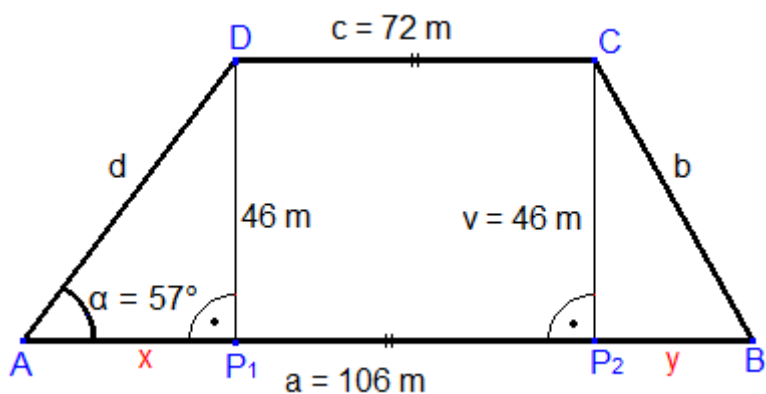
$$v^2 = 36$$

$$v = 6 \text{ m}$$

$$S = \frac{(28+12) \cdot 6}{2} = 120 \text{ m}^2$$

Při řešení využíváme rozdělení rovnoramenného lichoběžníku na obdélník a 2 pravoúhlé trojúhelníky. Následně použijeme Pythagorovu větu.

- d) Vypočítejte obvod lichoběžníku, ve kterém jsou délky rovnoběžných stran 106 m a 72 m. Vzdálenost stran je rovna 46 m a velikost úhlu mezi základnou a jedním ramenem je 57° .



$$\sin 57^\circ = \frac{46}{d}$$

$$d = \frac{46}{\sin 57^\circ} \doteq 54,85 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} 57^\circ = \frac{46}{x}$$

$$x = \frac{46}{\operatorname{tg} 57^\circ} \doteq 29,87 \text{ m}$$

$$y = 106 - (29,87 + 72)$$

$$y = 4,13 \text{ m}$$

$$b^2 = 46^2 + 4,13^2$$

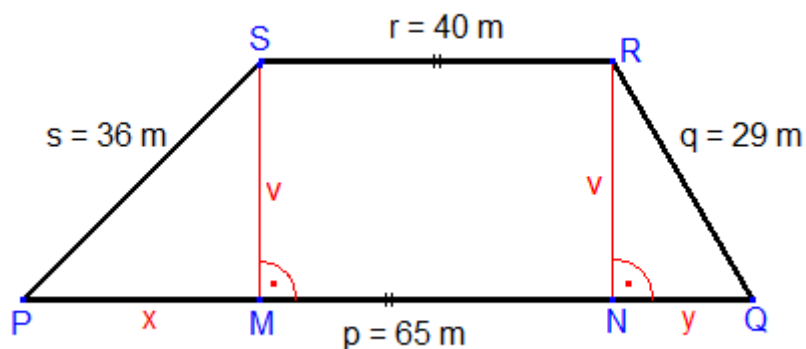
$$b \doteq 46,19 \text{ m}$$

$$o = 106 + 46,19 + 72 + 54,85$$

$$\mathbf{o = 279,04 \text{ m}}$$

K zamyšlení: Měla by úloha jiný výsledek, pokud bychom úhel 57° umístili k vrcholu B?

e) Vypočítejte obsah lichoběžníku PQRS o stranách: $p = 65$ m, $q = 29$ m, $r = 40$ m, $s = 36$ m.



$$x^2 + v^2 = 36^2$$

$$y^2 + v^2 = 29^2$$

$$x + y + 40 = 65 \rightarrow y = 25 - x$$

$$(25 - x)^2 + v^2 = 29^2$$

$$625 - 50x + x^2 + v^2 = 841$$

$$50x = 1080$$

$$x = 21,6 \text{ m}$$

($y = 25 - 21,6 = 3,4$ m k dalšímu postupu není tento výpočet nutný)

$$21,6^2 + v^2 = 36^2$$

$$v^2 = 36^2 - 21,6^2$$

$$v = 28,8 \text{ m}$$

$$S = \frac{(65+40) \cdot 28,8}{2}$$

$$\underline{\underline{S = 1512 \text{ m}^2}}$$

Použitá literatura:

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 9. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1

POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: Planimetrie*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2006. ISBN 80-7196-174-4

V prezentaci byly použity pouze vlastní obrázky (vytvořené v programu Cabri II Plus 1.4.5).