

**Projekt:** Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

**Příjemce:** Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60 České Budějovice

**Název materiálu:** Stejnolehlost

**Autor materiálu:** Mgr. Martin Mach

**Datum vytvoření:** 28. 6. 2013

**Zařazení materiálu:**

**Šablona:** Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

**Předmět:** Matematika, 2. ročník

**Sada:** MA3

**Číslo DUM:** 17

**Tematická oblast:** Planimetrie

**Ověření materiálu ve výuce:**

**Datum ověření:** 14. 10. 2013, 15. 10. 2013

**Ověřující učitel:** Mgr. Jana Lvová

**Třída:** ZLY 2.

**Popis způsobu použití materiálu ve výuce:** Elektronická prezentace, která je určena pro výuku planimetrie ve všech oborech vzdělání na střední zdravotnické škole. Prezentace je zaměřena na stejnolehlost. Může sloužit jako názorná pomůcka během výkladu nového učiva nebo při opakování již probrané látky. Také je vhodná pro domácí přípravu žáků. Je využitelná rovněž jako součást e-learningu. Materiál obsahuje zpětnou vazbu ověřující pochopení látky v podobě řešených úloh a závěrečného opakování.

**Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.**



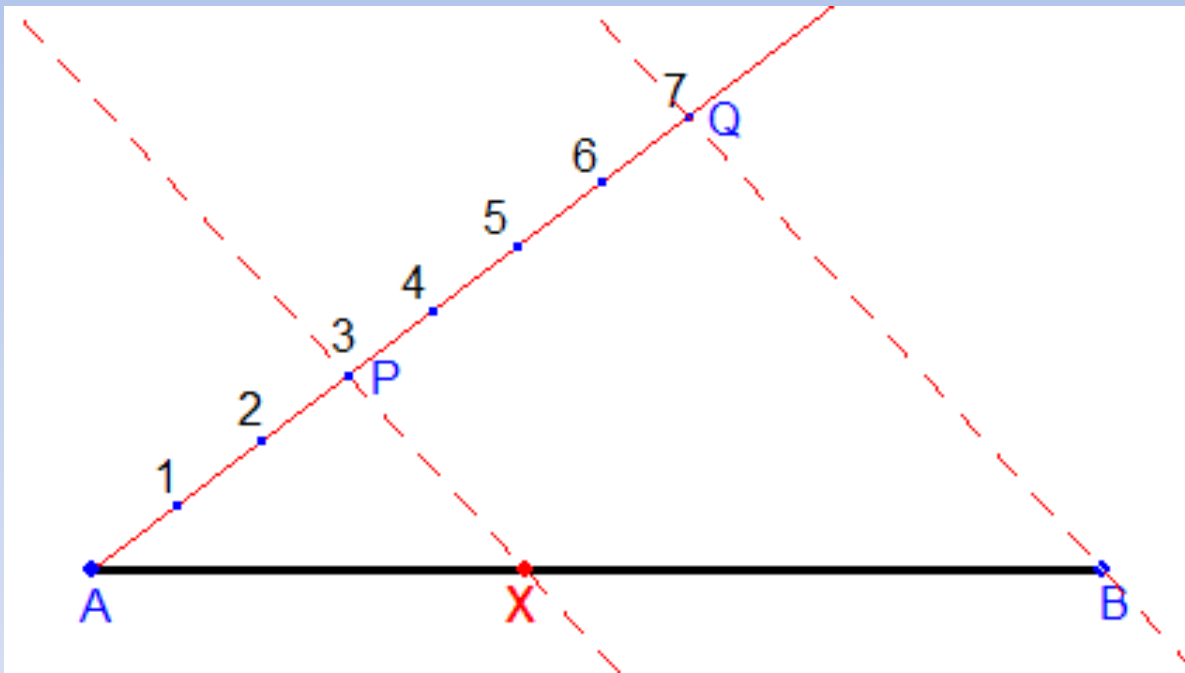
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Stejnolehlost

# Opakování

Úloha 1: Rozdělte úsečku AB délky 9 cm v poměru 3:4.

(Sestrojte na ní bod X tak, aby platilo:  $\frac{|AX|}{|BX|} = \frac{3}{4}$  )



Úkol: Najděte na obrázku dvojici podobných trojúhelníků.

# Stejnolehlost

Stejnolehlost (homotetie) je zobrazení v rovině, které pomocí daného bodu  $S$  (střed stejnoolehlosti) a daného čísla  $k \neq 0$  (koeficient stejnoolehlosti) přiřazuje každému bodu  $X$  jeho obraz  $X'$  takto:

- je-li  $X = S$ , pak  $X' = S$
- je-li  $X \neq S$ , pak bod  $X'$  leží na polopřímce  $SX$  pro  $k > 0$  a na polopřímce opačné k polopřímce  $SX$  pro  $k < 0$ , přičemž v obou těchto případech platí

$$|SX'| = |k| \cdot |SX|$$

Je-li jeden geometrický útvar obrazem jiného útvaru ve stejnoolehlosti, jedná se o útvary stejnoolehlé.

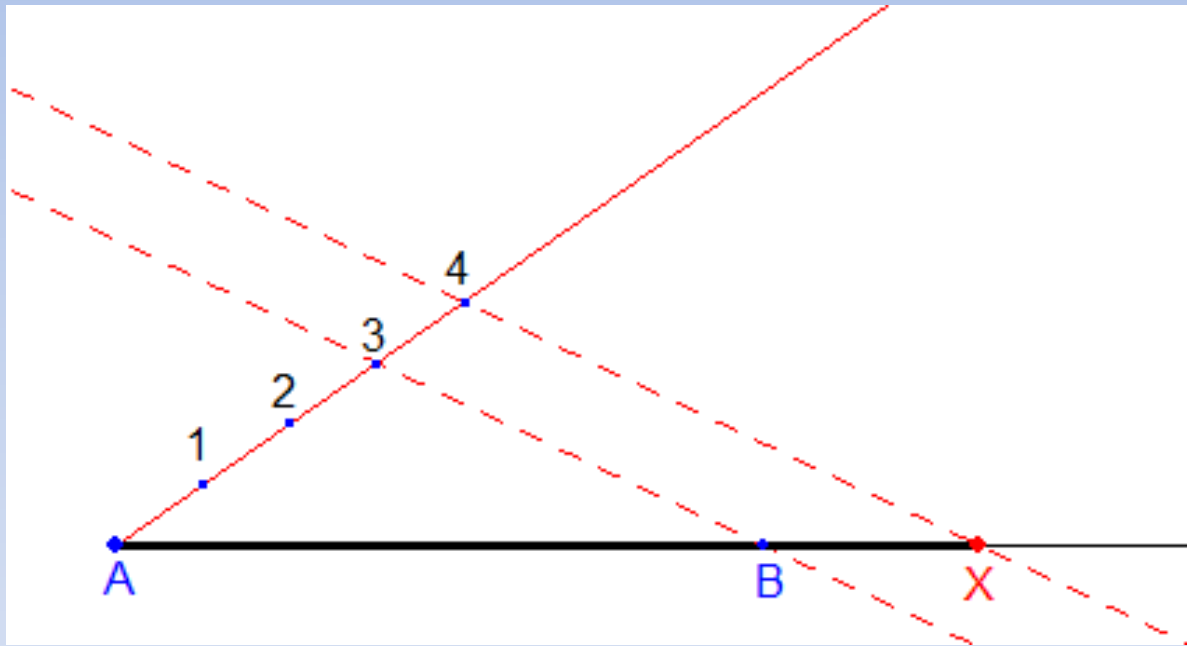
# Vlastnosti stejnolehlosti

- obrazem přímky je přímka s ní rovnoběžná
- obrazem úsečky  $AB$  ve stejnolehlosti s koeficientem  $k$  je úsečka  $A'B'$ , pro jejíž velikost platí:  $|A'B'| = k \cdot |AB|$
- obrazem kružnice  $l(O, r)$  ve stejnolehlosti s koeficientem  $k$  je kružnice  $l'(O', r')$ , přičemž bod  $O'$  je obraz bodu  $O$  v této stejnolehlosti a platí  $r' = |k| \cdot r$

# Stejnolehlost

Úloha 2: Zvětšete úsečku AB délky 6 cm v poměru 4:3.

(Sestrojte na ní bod X tak, aby platilo:  $\frac{|AX|}{|AB|} = \frac{4}{3}$  )



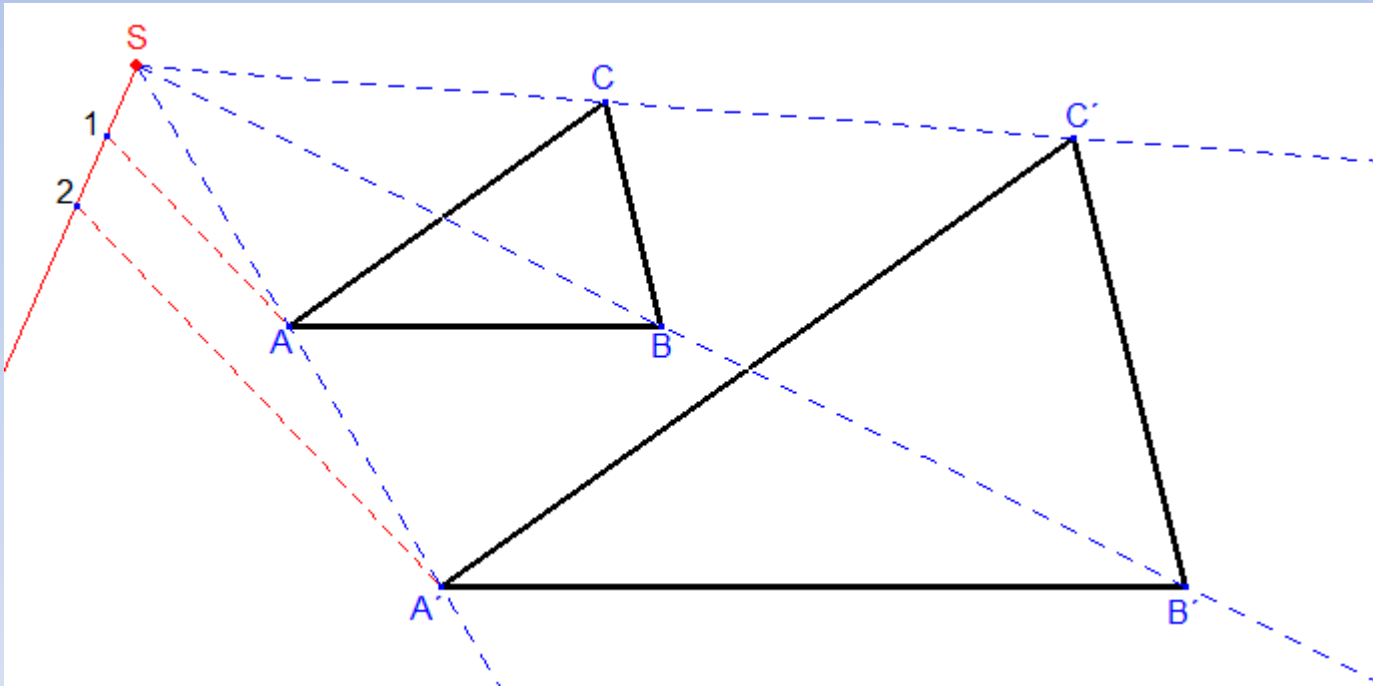
AX ..... obraz  
AB ..... vzor

Bod X je obrazem bodu B ve stejnolehlosti  $H(A, k = \frac{4}{3})$ .

Platí:  $|AX| = \frac{4}{3} |AB|$

# Stejnolehlost

Úloha 3: Je dán trojúhelník ABC ( $a = 3$  cm,  $b = 5$  cm,  $c = 4,5$  cm) a bod S ležící vně trojúhelníku. Sestrojte obraz trojúhelníku  $A'B'C'$  ve stejnolehlosti  $H(S, k = 2)$ .

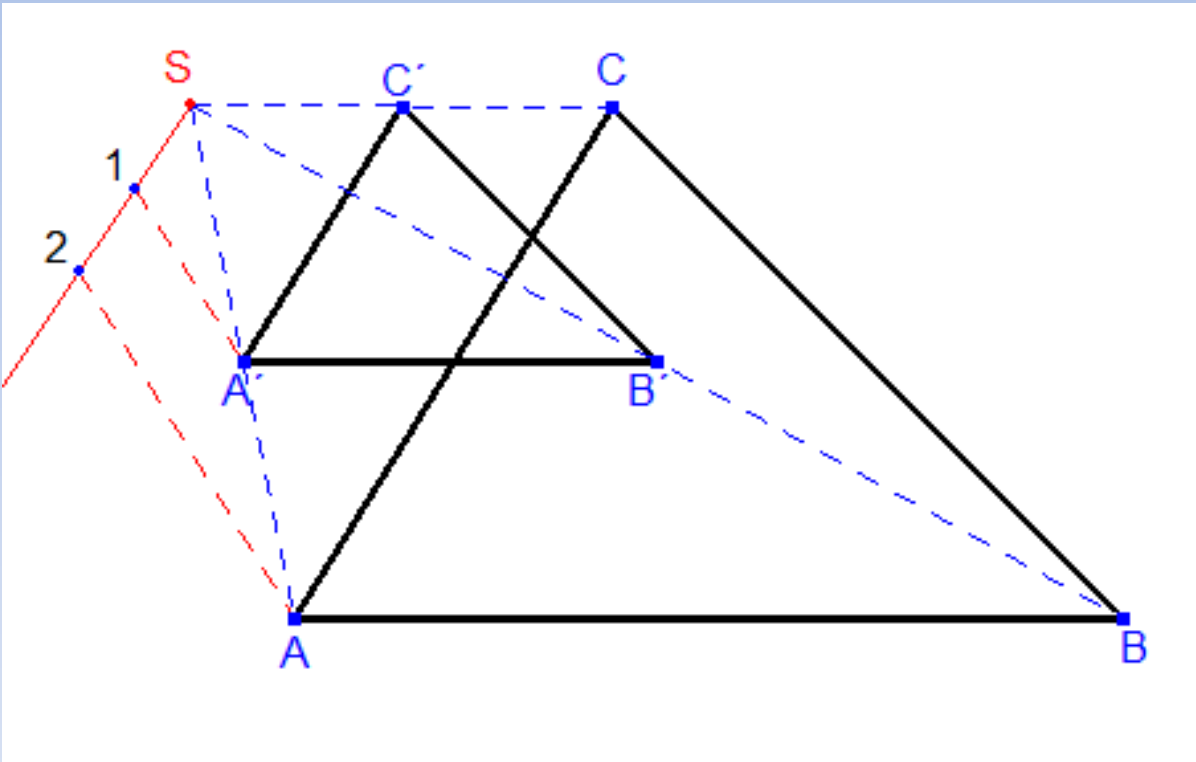


Zapisujeme  $H(S, k = 2): ABC \rightarrow A'B'C'$

$|k| > 1$  ..... zvětšení

# Stejnolehlost

Úloha 4: Je dán trojúhelník ABC ( $a = 7$  cm,  $b = 6$  cm,  $c = 8$  cm) a bod S ležící vně trojúhelníku. Sestrojte obraz trojúhelníku  $A'B'C'$  ve stejnolehlosti  $H(S, k = 0,5)$ .



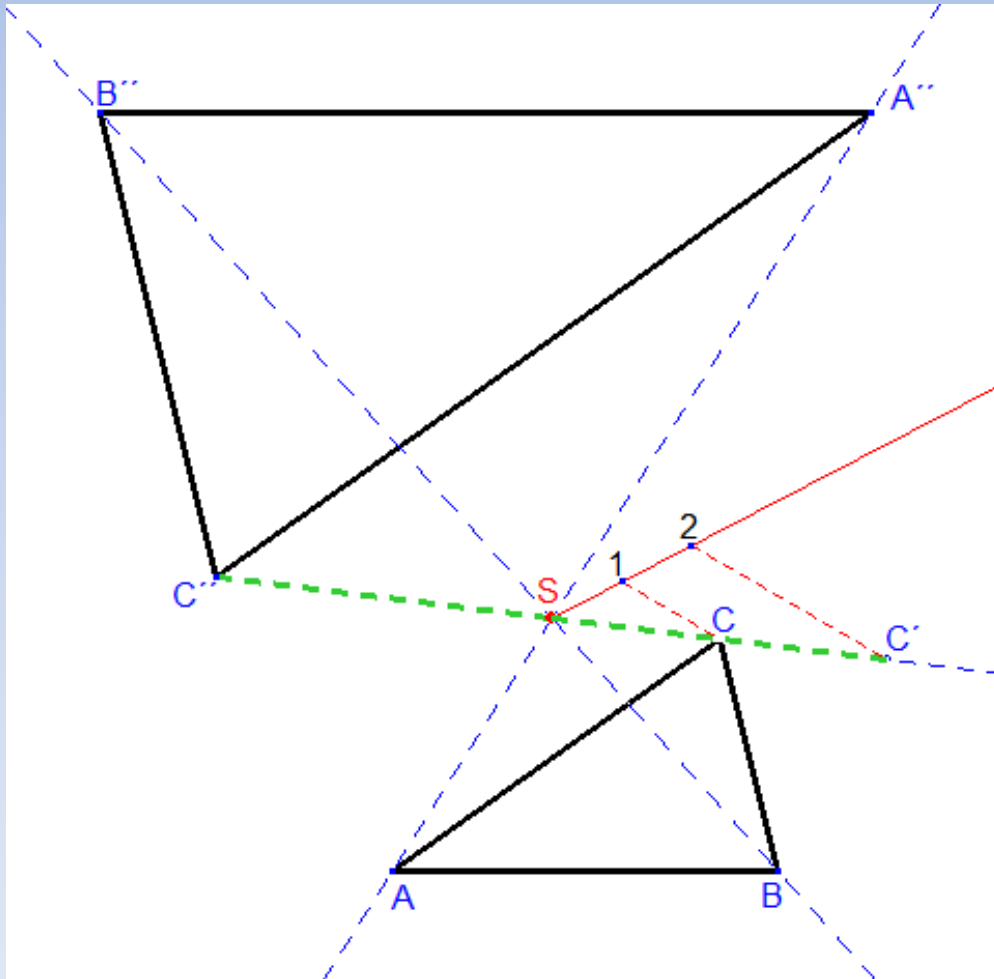
Zapisujeme  $H(S, k = 0,5): ABC \rightarrow A'B'C'$

$|k| < 1$  ..... zmenšení



# Stejnolehlost

Úloha 5: Je dán trojúhelník ABC ( $a = 3$  cm,  $b = 5$  cm,  $c = 4,5$  cm) a bod S ležící vně trojúhelníku. Sestrojte obraz trojúhelníku  $A''B''C''$  ve stejnolehlosti  $H(S, k = -2)$ .

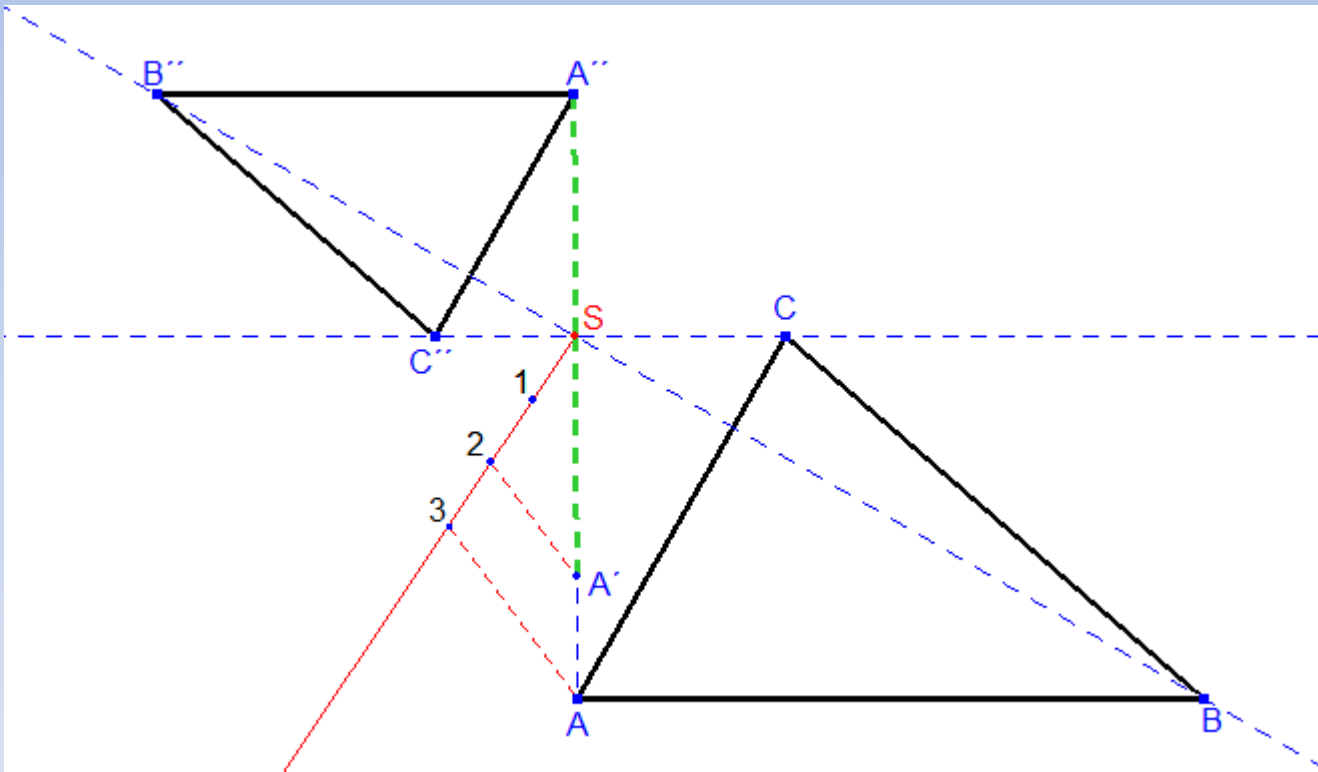


Zapisujeme  $H(S, k = -2)$ :  
 $ABC \rightarrow A''B''C''$

$|k| > 1$  ..... zvětšení

# Stejnolehlost

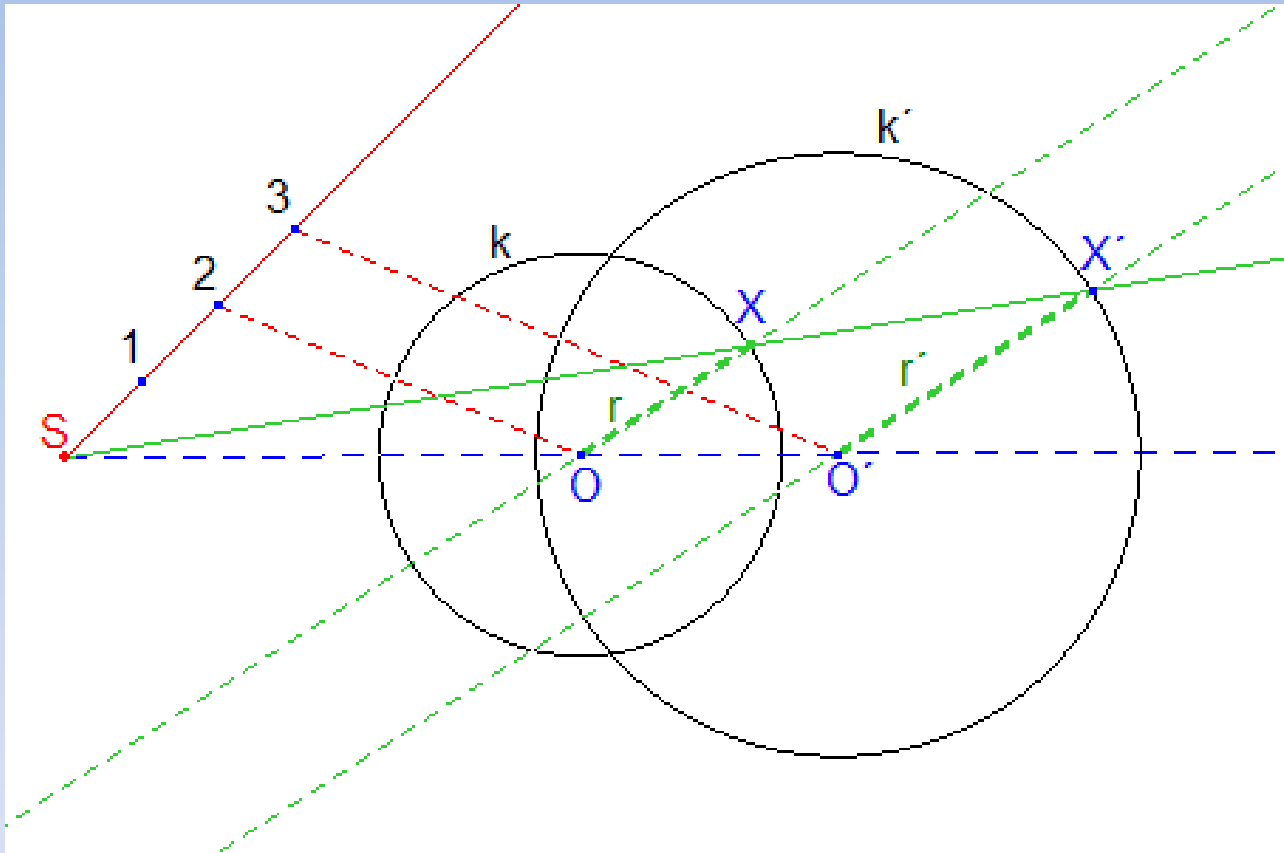
Úloha 6: Je dán trojúhelník ABC ( $a = 7$  cm,  $b = 5$  cm,  $c = 8$  cm) a bod S ležící vně trojúhelníku. Sestrojte obraz trojúhelníku  $A''B''C''$  ve stejnolehlosti  $H(S, k = -\frac{2}{3})$ .



Zapisujeme  $H(S, k = -\frac{2}{3})$ :  $ABC \rightarrow A''B''C''$   $|k| < 1$  ..... zmenšení

# Stejnolehlost

Úloha 7: Je dána kružnice  $k(O, r = 2 \text{ cm})$  a bod  $S$  ležící vně kružnice. Sestrojte obraz kružnice  $k'$  ve stejnolehlosti  $H(S, k = \frac{3}{2})$ .

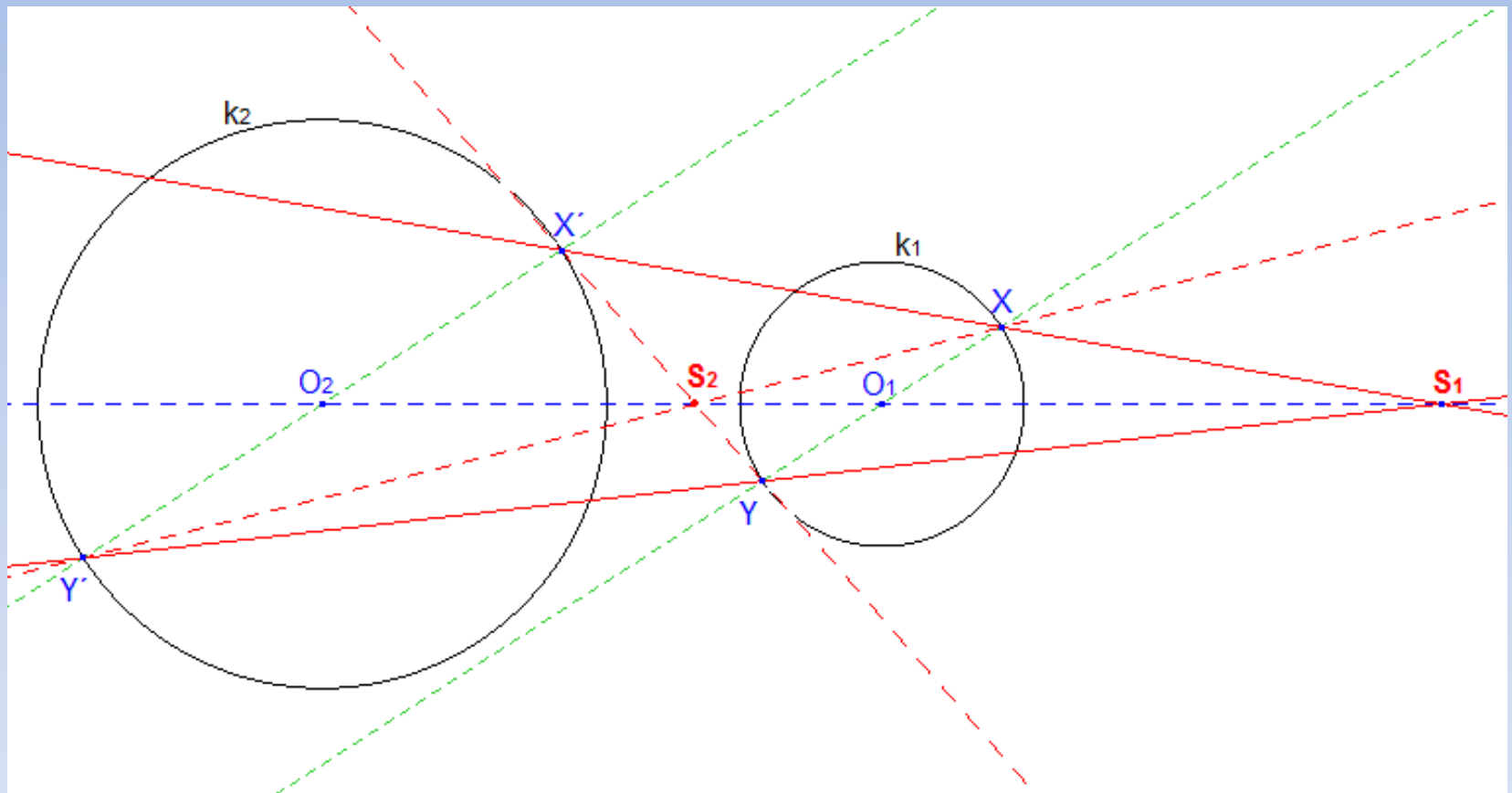


Zapisujeme  $H(S, k = \frac{3}{2}): k \rightarrow k'$

$|k| > 1$  ..... zvětšení

# Stejnolehlost

Úloha 8: Sestrojte středy stejnolehlosti kružnic  $k_1(O_1, r_1 = 18 \text{ mm})$  a  $k_2(O_2, r_2 = 36 \text{ mm})$ .



$S_1$  ..... vnější střed stejnolehlosti

$S_2$  ..... vnitřní střed stejnolehlosti

# Stejnolehlost

Úloha 9: Jsou dány kružnice  $k(O, 18 \text{ mm})$ ,  $k'(O', 45 \text{ mm})$ . Sestrojte jejich společné tečny.

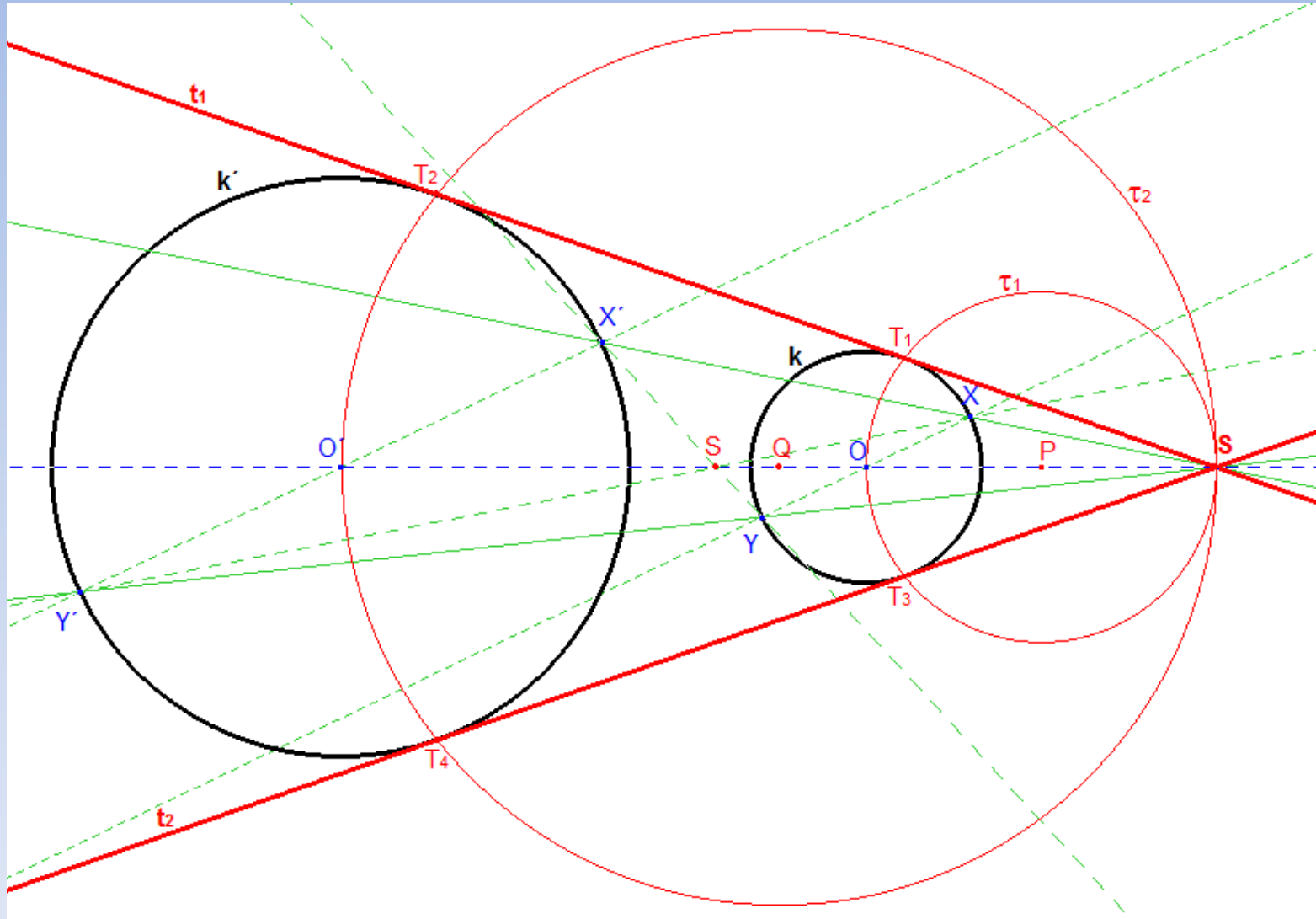
**Společné tečny kružnic procházejí středy stejnolehlosti.**

Postup řešení:

1. Sestrojíme středy stejnolehlosti obou kružnic.
2. Body dotyku nalezneme pomocí Thaletových kružnic.
3. Sestrojíme společné tečny obou kružnic.

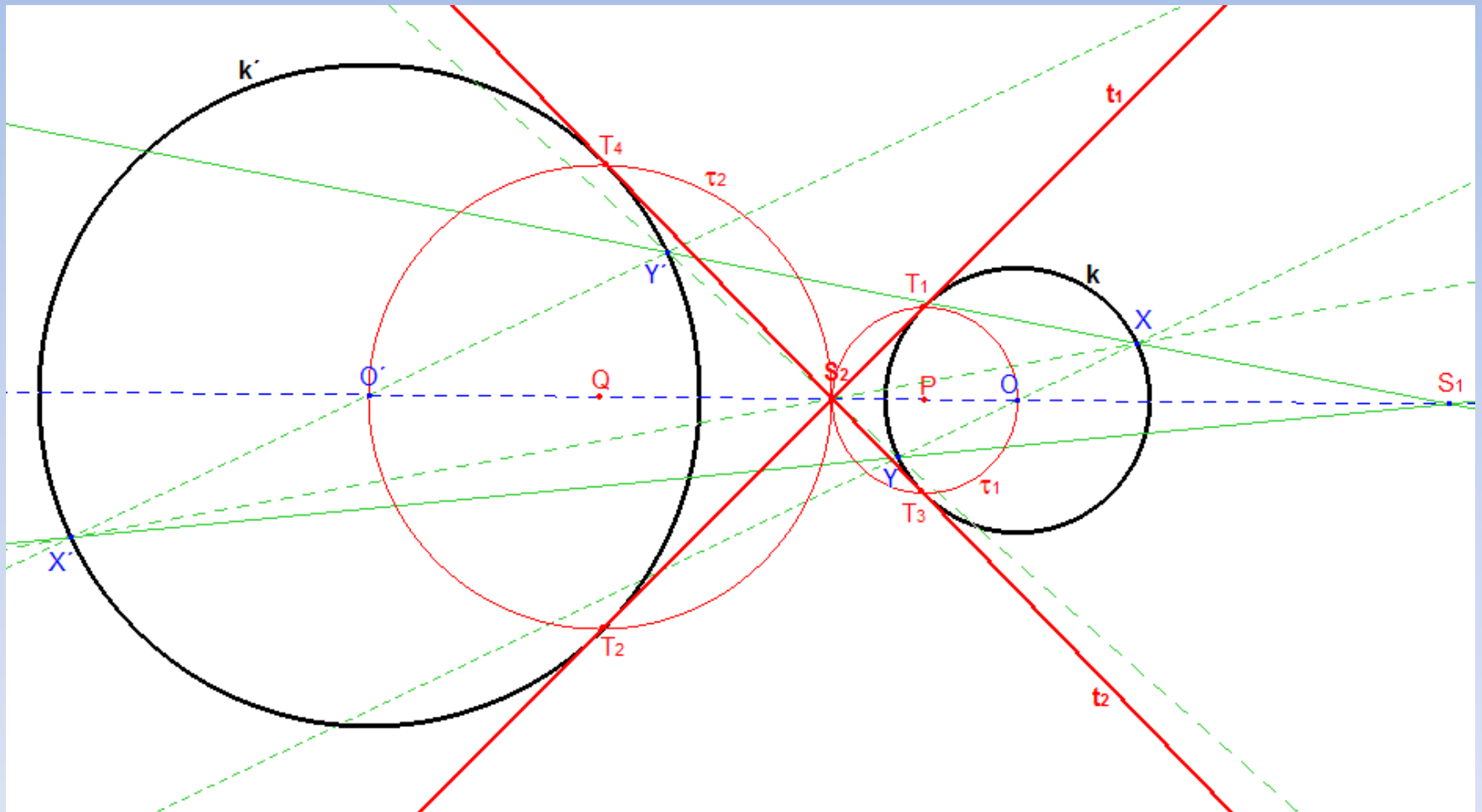
# Společné tečny 2 kružnic

**Vnější tečny – procházejí vnějším středem stejnolehlosti.**



# Společné tečny 2 kružnic

Vnitřní tečny – procházejí vnitřním středem stejnolehlosti.



# Opakování

1. Má stejnolehlost nějaké samodružné body a samodružné přímky? Pokud ano, co pro ně musí platit?
2. Patří stejnolehlost mezi shodná zobrazení? Svou odpověď zdůvodněte.
3. Koeficient stejnolehlosti je  $k = -1,5$ . Bude výsledný obraz zvětšením nebo zmenšením vzoru?
4. Zmenšete úsečku KL délky 7 cm v poměru 3:5.
5. Sestrojte obraz trojúhelníku ABC z úlohy č. 4 ve stejnolehlosti  $H(S, k = -\frac{3}{4})$ .
6. Sestrojte obraz kružnice k z úlohy č. 7 ve stejnolehlosti  $H(S, k = \frac{2}{3})$ .



# Seznam použité literatury a pramenů

## **Použitá literatura:**

CALDA, Emil. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU, 2.díl*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 2004. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-057-8.

POLÁK, Josef. *Přehled středoškolské matematiky*. 9. vydání. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 978-80-7196-356-1

POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: Planimetrie*. 4. vydání. Praha: Prometheus, 2006. ISBN 80-7196-174-4

V prezentaci byly použity pouze vlastní obrázky (vytvořené v programu Cabri II Plus 1.4.5).