



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Digitální učební materiál

Projekt: Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60  
České Budějovice

---

**Název materiálu:** Shodnost a podobnost trojúhelníků - příklady

**Autor materiálu:** Jana Uhlíková

**Datum vytvoření:** 17. 6. 2013

### **Zařazení materiálu:**

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Tematická oblast: Planimetrie

Sada: MA3

Číslo DUM: 06

Předmět, ročník: Matematika, 2. ročník

### **Ověření materiálu ve výuce:**

Datum ověření: 24. 9., 27. 9. 2013 Třída: LAA 2.

Ověřující učitel: RNDr. H. Jandová

### **Popis způsobu použití materiálu ve výuce:**

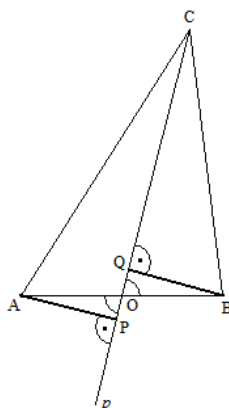
Procvičení určování shodných a podobných trojúhelníků v příkladech. Tento DUM navazuje na teorii Shodnost trojúhelníků VY\_32\_INOVACE\_MA3-Uh-03 a Podobnost trojúhelníků VY\_32\_INOVACE\_MA3-Uh-04.

**Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.**

### Zadání úloh:

- Rozhodněte, zda jsou podobné trojúhelníky  $ABC$ ,  $A'B'C'$ , jestliže je dáno:
  - $a = \frac{8}{3} \text{ cm}$ ,  $b = \frac{7}{3} \text{ cm}$ ,  $\gamma = 55^\circ$ ,  $a' = 4 \text{ cm}$ ,  $b' = \frac{7}{2} \text{ cm}$ ,  $\gamma' = 55^\circ$
  - $a = 15 \text{ cm}$ ,  $b = 17 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 75^\circ 40'$ ,  $a' = 10 \text{ cm}$ ,  $b' = 11 \text{ cm}$ ,  $\gamma' = 75^\circ 40'$
- Rozhodněte, zda trojúhelník  $ABC$  o stranách  $a = 6 \text{ cm}$ ,  $b = 8 \text{ cm}$ ,  $c = 4 \text{ cm}$  je podobný trojúhelníku  $A'B'C'$  o stranách
  - $a' = 15 \text{ cm}$ ,  $b' = 20 \text{ cm}$ ,  $c' = 10 \text{ cm}$
  - $a' = 4,5 \text{ cm}$ ,  $b' = 5,6 \text{ cm}$ ,  $c' = 3 \text{ cm}$
- Zjistěte, zda rovnoramenné trojúhelníky  $ABC$ ,  $A'B'C'$  jsou podobné, jestliže  $|AB| = 24 \text{ mm}$ ,  $v_c = 16 \text{ mm}$ ,  $|A'B'| = 72 \text{ mm}$ ,  $|A'C'| = 60 \text{ mm}$
- Stín věže je dlouhý 70 m a stín metrové tyče má v tutéž dobu délku 150 cm. Vypočítejte výšku věže.
- Určete měřítko mapy, jestliže trojúhelníkové pole o rozměrech 162,5 m, 117,5 m, 180 m je na mapě zakresleno jako trojúhelník o stranách 6,5 mm, 4,7 mm, 7,2 mm.
- Vypočítejte délky stran  $a$ ,  $b$ ,  $c$  trojúhelníku  $ABC$ , který je podobný trojúhelníku  $A'B'C'$ , jestliže obvod trojúhelníku  $ABC$  je  $o = 100 \text{ cm}$  a  $a' = 8 \text{ cm}$ ,  $b' = 14 \text{ cm}$ ,  $c' = 18 \text{ cm}$ .
- Přímá cesta rovnoměrně stoupá na každé 2 m o 10 cm. O kolik metrů stoupne při vzdálenosti 1 250 m?
- Rozhodněte, zda pravoúhlý trojúhelník  $ABC$  (s pravým úhlem při vrcholu  $C$ ) je shodný s pravoúhlým trojúhelníkem  $PQR$  (s pravým úhlem při vrcholu  $Q$ ), jestliže platí
  - $\sphericalangle CAB = 30^\circ$ ,  $|AB| = 5 \text{ cm}$ ,  $\sphericalangle QPR = 60^\circ$ ,  $|PR| = 5 \text{ cm}$
  - $|AC| = 3 \text{ cm}$ ,  $|BC| = 4 \text{ cm}$ ,  $|PR| = 5 \text{ cm}$
  - $|AB| = 3 \text{ cm}$ ,  $\sphericalangle CAB = 60^\circ$ ,  $|QR| = 3 \text{ cm}$ ,  $\sphericalangle QRP = 30^\circ$
- V pravoúhlém trojúhelníku  $ABC$  s pravým úhlem při vrcholu  $C$  je výška  $CD$  na přeponu  $AB$ . Zjistěte, které z trojúhelníků  $ABC$ ,  $ADC$  a  $BCD$  jsou podobné.
- Nechť  $\triangle ABC \sim \triangle KLM$ . Vypočítejte velikosti stran  $BC$ ,  $KL$ . Je-li  $|AB| = 7 \text{ cm}$ ,  $|KL| = 3 \text{ cm}$ ,  $|AC| = 2,3 \text{ cm}$ ,  $|LM| = 4 \text{ cm}$ .
- Strany trojúhelníku  $ABC$  mají délku  $|BC| = 6 \text{ cm}$ ,  $|AC| = 8 \text{ cm}$ ,  $|AB| = 9 \text{ cm}$ ; pro délky stran v trojúhelníku  $A'B'C'$  platí  $|B'C'| = 5 \text{ cm}$ ,  $|A'C'| = 6,6 \text{ cm}$ ,  $|A'B'| = 7,5 \text{ cm}$ . Rozhodněte, zda jsou oba tyto trojúhelníky podobné.
- Z letadla ve výšce 5 km byla fotografována hráz přehrady fotoaparátem s ohniskovou délkou 10 cm. Na vzniklé fotografii byla hráz dlouhá 18 mm. Určete délku hráze za předpokladu, že fotografická deska byla při fotografování ve vodorovné poloze.

13. Je dán trojúhelník ABC,  $p$  je přímka, v níž leží těžnice  $t_c$  daného trojúhelníku. Dokažte, že body A a B mají od přímky  $p$  stejnou vzdálenost.



14. Rozhodněte, zda jsou (při vhodném pořadí vrcholů) podobné trojúhelníky, víte-li, že
- jeden má délky stran 12 cm, 16 cm, 19 cm a druhý 10 cm, 13 cm, 15 cm
  - jeden má vnitřní úhly o velikosti  $42^\circ$ ,  $84^\circ$  a druhý  $84^\circ$ ,  $54^\circ$
  - jeden má dvě strany délek  $\frac{4}{3}$  cm,  $\frac{7}{6}$  cm a úhel jimi sevřený velikosti  $55^\circ$  a druhý 2 cm, 1,75 cm a  $55^\circ$ .
15. Trojúhelníkový les je na plánu v měřítku 1 : 5 000 zakreslen jako trojúhelník o stranách délek 32,5 mm, 23,5 mm a 36 mm. Určete jeho skutečné rozměry.
16. Určete měřítko mapy, je-li pozemek tvaru trojúhelníku o rozměrech 1,6 km, 2,4 km a 2,7 km na mapě zakreslen jako trojúhelník o stranách délek 32 mm, 48 mm, 54 mm.
17. Zjistěte, zda jsou podobné trojúhelníky ABC a A'B'C', jejichž strany mají délky:
- $a = 16$  cm,  $b = 18$  cm,  $c = 25$  cm,  $a' = 48$  cm,  $b' = 54$  cm,  $c' = 75$  cm
  - $a = 3,5$  cm,  $b = 4,8$  cm,  $c = 5,4$  m,  $a' = 1,75$  m,  $b' = 2,4$  m,  $c' = 2,8$  m
  - $a = 54$  mm,  $b = 48$  mm,  $c = 66$  mm,  $a' = 36$  mm,  $b' = 32$  mm,  $c' = 44$  mm
18. Je dán rovnoramenný trojúhelník ABC; bod O je střede základny AB. Bodem O jsou vedeny kolmice k ramenům AC a BC trojúhelníku ABC; jejich paty jsou P, Q. Dokažte, že trojúhelník AOP je shodný s trojúhelníkem BOQ.
19. Trojúhelníky ABC a A'B'C' jsou podobné. Pro délky jejich stran platí:  
 $|AB| = 10$  cm,  $|BC| = 6,5$  cm,  $|CA| = 10$  cm,  $|A'B'| = 8$  cm . Vypočítejte délky zbývajících stran.
20. Poměr podobnosti dvou trojúhelníků je  $\frac{2}{3}$ . Trojúhelník ABC má strany délek  $a = 6$  cm,  $b = 9$  cm,  $c = 12$  cm. Dále je známá jen délka jedné strany trojúhelníku A'B'C', a to 8 cm. Určete nejprve dvě odpovídající si strany při poměru podobnosti  $k = \frac{2}{3}$  a pak vypočítejte délky zbývajících stran.

21. Trojúhelník PQR je podobný trojúhelníku ABC, který má strany délek  $a = 5$  cm,  $b = 6$  cm,  $c = 7$  cm. Určete poměr podobnosti těchto trojúhelníků, znáte-li ještě:
- $|QR| = 7,5$  cm
  - $|PR| = 4,5$  cm
  - obvod trojúhelníku PQR má délku 12 cm
22. Délky stran trojúhelníku jsou v poměru  $2 : 5 : 4$ . Určete délky stran jemu podobného trojúhelníku, jehož obvod je 55 cm.
23. Stín 2 metry vysoké tyče je 3 metry dlouhý. Jak vysoká je věž, je-li její stín ve stejnou dobu 28 m dlouhý?
24. Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC. Nad jeho stranami AC a AB jsou sestrojeny vně trojúhelníku ABC rovnostranné trojúhelníky ACM a ANB. Dokažte, že platí  $|BM| = |CN|$ .
25. Ze dvou podobných trojúhelníků má jeden obvod 100 cm, druhý má strany postupně o 8 cm, 14 cm, 18 cm větší než první. Vypočítejte délky jejich stran.
26. Dva rovnoramenné trojúhelníky mají při vrcholu proti základně úhel stejné velikosti. Jeden z nich má rameno délky 17 cm a základnu 10 cm. Druhý má délku základny 8 cm. Určete délku jeho ramene.
27. Rozhodněte, zda jsou podobné dva pravoúhlé trojúhelníky, jestliže první má jeden z vnitřních úhlů velikosti  $40^\circ$  a druhý má jeden z vnitřních úhlů velikosti a)  $50^\circ$ , b)  $60^\circ$ .
28. Polopřímky AD a BC, na nichž leží ramena lichoběžníku ABCD, se protínají v bodě E. Vypočítejte délky stran trojúhelníku ABE, jestliže je dáno  $|AB| = 6$  cm,  $|BC| = 16$  mm,  $|CD| = 5$  cm,  $|AD| = 15$  mm.
29. Pro dva trojúhelníky ABC a KLM platí  $\sphericalangle BAC \cong \sphericalangle KLM$ ,  $\sphericalangle CBA \cong \sphericalangle MLK$ ,  $|AB| = 3$  cm,  $|BC| = 4,5$  cm,  $|KL| = 7,5$  cm,  $|KM| = 6$  cm. Určete délky všech zbývajících stran obou trojúhelníků.
30. Délky stran trojúhelníku PQR jsou v poměru  $PQ : QR : RP = 4 : 5 : 6$ . Určete délky stran trojúhelníku  $P'Q'R'$ , pro který platí  $\Delta P'Q'R' \sim \Delta PQR$  a  $|P'Q'| = 0,8$  m.
31. Dva rovnoramenné trojúhelníky mají při vrcholu úhel stejné velikosti. Jeden z nich má základnu délky 10 cm a rameno 25 cm. Druhý má základnu délky 12 cm. Určete délku jeho ramene.

### Řešení úloh:

- a) podobné, b) nejsou podobné
- hledáme  $k > 0$ , pro které platí  $a' = k \cdot a$ ,  $b' = k \cdot b$ ,  $c' = k \cdot c$   
a) podobné, b) nejsou podobné
- podobné
- $\frac{140}{3} m$
- 1 : 25 000
- $a = 20 \text{ cm}$ ,  $b = 35 \text{ cm}$ ,  $c = 45 \text{ cm}$
- o 62,5 m
- a) shodné, b) nemusí být shodné, c) nejsou shodné
- $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ,  $\triangle ABC \sim \triangle CBD$   
 $\frac{28}{3} \text{ cm}$ ,  $\frac{6,9}{7} \text{ cm}$
- nejsou podobné
- nápověda: fotoaparát je ve vrcholu s pravým úhlem, vodorovně s podstavou  
řešení: 900 m
- $AO \cong BO$  (bod O je středem úsečky AB),  
 $\sphericalangle AOP \cong \sphericalangle BQO$  (úhly vrcholové),  
 $\sphericalangle APO \cong \sphericalangle BQO$  (pravé úhly),  
součet vnitřních úhlů je  $180^\circ$   
dle věty *usu* jsou trojúhelníky APO, BQO shodné, proto  $AP \cong BQ$ , tzn.  $|AP| = |BQ|$
- a) ne, b) ano, c) ano
- 162,5 m, 117,5 m, 180 m
- 1 : 50 000
- a) podobné,  $k = 3$ ; b) nejsou podobné; c) podobné,  $k = \frac{2}{3}$
- věta *usu*
- $|B'C'| = 5,2 \text{ cm}$ ,  $|C'A'| = 8 \text{ cm}$
- $c' = 8 \text{ cm}$ ,  $a' = 4 \text{ cm}$ ,  $b' = 6 \text{ cm}$
- nápověda:  $a = |BC|$ ,  $b = |AC|$ ,  $c = |AB|$   
 $\frac{|QR|}{a} = \frac{2}{3}$ ,  $\frac{|PR|}{b} = \frac{3}{4}$   
řešení: a)  $k = \frac{2}{3}$ ; b)  $k = \frac{3}{4}$ ;  
c) stejně jako strany trojúhelníků jsou v poměru i jejich obvody  
 $\frac{O_{PQR}}{O_{ABC}} = \frac{2}{3}$   
 $O_{ABC} = 18 \text{ cm}$ ,  $k = \frac{2}{3}$
- nápověda: podobný trojúhelník má stejný poměr stran  
 $O' = a' + b' + c'$   
 $55 = 2x + 5x + 4x$   
 $x = 5 \text{ cm}$   
řešení:  $a' = 10 \text{ cm}$ ,  $b' = 20 \text{ cm}$ ,  $c' = 25 \text{ cm}$

$$\frac{28}{3} = \frac{v}{2}; v = 18,67 \text{ m}$$

24.  $\Delta ANC \cong \Delta ABM$

25. nápověda:  $a' = a + 8 = k \cdot a$

$$b' = b + 14 = k \cdot b$$

$$c' = c + 18 = k \cdot c$$

$$k = \frac{a+8}{a} = \frac{b+14}{b} = \frac{c+18}{c}$$

$$O' = a' + b' + c'$$

$$O' = O + 40$$

$$k = \frac{O'}{O} = \frac{140}{100} = 1,4$$

$$1,4 = \frac{a+8}{a}$$

řešení:  $a = 20 \text{ cm}, b = 35 \text{ cm}, c = 45 \text{ cm},$   
 $a' = 28 \text{ cm}, b' = 49 \text{ cm}, c' = 63 \text{ cm}$

$$\frac{8}{10} = \frac{x}{17}; x = 13,6 \text{ cm}$$

27. a) ano, b) ne

28. nápověda:  $D \in AE, C \in BE$

$$|AB| \sim |DC|, k = \frac{|AB|}{|DC|} = \frac{6}{5}$$

$$|AE| \sim |DE|, k = \frac{|AE|}{|DE|} = \frac{15+a}{a}, a = 75 \text{ mm}$$

$$|BE| \sim |CE|, k = \frac{|BE|}{|CE|} = \frac{16+b}{b}, b = 80 \text{ mm}$$

řešení:  $|AE| = 15 + a = 90 \text{ mm}$

$$|BE| = 16 + b = 96 \text{ mm}$$

29. nápověda:  $k = \frac{|KL|}{|AB|}$

řešení:  $|LM| = k \cdot |BC| = 11,25 \text{ cm}$

$$|AC| = \frac{|KM|}{k} = 2,4 \text{ cm}$$

30. nápověda: poměry stran obou trojúhelníků jsou stejné

4 díly ... 0,8 m

1 díl ... 0,2 m

řešení: 5 dílů ... 1 m =  $|Q'R|$

6 dílů ... 1,2 m =  $|P'R|$

$$\frac{12}{10} = \frac{x}{25}$$

31.  $k = \frac{12}{10} = \frac{x}{25}$

x = 30 cm

**Použitá literatura:**

1. CALDA, Emil, Oldřich PETRÁNEK a Jana ŘEPOVÁ. *Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU 1. část*. 6. vyd. Prometheus, spol. s. r. o., 2003. ISBN 80-7196-041-1.
2. JIRÁSEK, František, Karel BRANIŠ, Stanislav HORÁK a Milan VACEK. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU, 1. část*. 5. vyd. Prometheus, spol. s. r. o., 2006. ISBN 80-85849-55-0.
3. BĚLOUN, František, Ivan BUŠEK, Vlastimil MACHÁČEK a Jana MÜLLEROVÁ. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*. 6. vyd. SPN, 1992. ISBN 80-04-26365-8.
4. POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: Planimetrie*. 4. vyd. Prometheus, spol. s. r. o., 2006. ISBN 80-7196-174-4.