



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Digitální učební materiál

Projekt: Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60  
České Budějovice

---

**Název materiálu:** Pythagorova věta, Eukleidovy věty - příklady

**Autor materiálu:** Jana Uhlíková

**Datum vytvoření:** 20. 6. 2013

### Zařazení materiálu:

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Tematická oblast: Planimetrie

Sada: MA3

Číslo DUM: 07

Předmět, ročník: Matematika, 2. ročník

### Ověření materiálu ve výuce:

Datum ověření: 1. 10., 4. 10. 2013 Třída: LAA 2.

Ověřující učitel: RNDr. H. Jandová

### Popis způsobu použití materiálu ve výuce:

Procvičování použití Pythagorovy věty a Eukleidových vět v příkladech. Tento DUM navazuje na teorii Pythagorova věta, Euklidovy věty VY\_32\_INOVACE\_MA3-Uh-05.

**Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.**

### Zadání úloh:

1. Vypočítejte výšku  $v$  k základně rovnoramenného trojúhelníku ABC, je-li délka základny  $c = 24$  cm a mají-li ramena délku  $b = 13$  cm.
2. Rozhodněte, zda trojúhelník, jehož strany mají délky  $k = 40$  cm,  $l = 9$  cm,  $m = 41$  cm je pravoúhlý.
3. Žebřík délky 6 m je opřen o zed' tak, že pata žebříku je od zdi vzdálena 2 m. V jaké výšce nad zemí je druhý konec žebříku?
4. Vypočítejte délku úhlopříčky obdélníku, který má délky stran:
  - a)  $a = 22$  cm,  $b = 13$  cm
  - b)  $a = 15,2$  cm,  $b = 42,7$  cm
5. Rozhodněte, zda trojúhelníky, které mají následující délky stran, jsou pravoúhlé:
  - a) 21 cm, 20 cm, 29 cm
  - b) 25 cm, 19 cm, 15 cm
  - c) 6,3 cm, 6,5 cm, 1,6 cm
  - d) 11,1 cm, 3,6 cm, 10,5 cm
6. Odvoďte vzorec pro
  - a) délku úhlopříčky čtverce se stranou délky  $a$
  - b) výšku rovnostranného trojúhelníku se stranou délky  $a$
7. Kosočtverec má délku strany  $a$  a délky úhlopříček  $e, f$ . Vypočítejte zbývající údaj, je-li dáno:
  - a)  $a = 45$  cm,  $e = 80$  cm
  - b)  $e = 96$  cm,  $f = 40$  cm
8. V trojúhelníku ABC je dáno  $a = 10$  cm, délka těžnice  $t_a = 13$  cm,  $\gamma = 90^\circ$ . Vypočítejte  $t_b$ .
9. Odvoďte vzorec pro délku tělesové úhlopříčky krychle s hranou délky  $a$ .
10. Vypočítejte obsah štítu domu, který má tvar rovnoramenného trojúhelníku se základnou délky 12 m a rameny délek 6,5 m.
11. Z kmene stromu, jehož nejmenší průměr je 25 cm, se má zhotovit trám čtvercového průřezu. Vypočítejte délku strany největšího možného průřezu trámu s přesností na centimetry.
12. Z křižovatky dvou přímých navzájem kolmých silnic vyjíždí ve stejném okamžiku osobní a nákladní auto. Osobní auto jede po první silnici průměrnou rychlostí  $72$  km.h<sup>-1</sup>, nákladní auto jede po druhé silnici průměrnou rychlostí  $60$  km.h<sup>-1</sup>. Určete vzdálenost aut za 24 minut.
13. Do trojúhelníku ABC je vepsán čtverec CDEF tak, že D je střed AC, E je střed AB a F je střed BC. Určete obvod trojúhelníku, jestliže strana čtverce  $a = 12$  cm.
14. Pravoúhlý trojúhelník ABC má přeponu  $c = 20$  cm a výšku  $v_c = 8$  cm. Jak velké úseky vytíná výška  $v_c$  na přeponě  $c$ ?

15. Vypočítejte zbývající prvky ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $c_a$ ,  $c_b$ ,  $v$ ) v pravoúhlém trojúhelníku ABC, kde  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ , je-li dáno:
- $c = 10$  cm,  $c_a = 7$  cm
  - $a = 5$  cm,  $c_a = 4$  cm
  - $b = 5$  cm,  $c = 13$  cm
16. Vypočítejte délky stran pravoúhlého trojúhelníku ABC, kde  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ , je-li dáno  $t_a = 8$  cm,  $t_b = 8$  cm.
17. V obdélníku ABCD se stranami  $|AB| = a$ ,  $|AD| = \frac{a}{2}$  je bodem A vedena kolmice na úhlopříčku BD, kterou protne v bodě P. Určete poměr  $\frac{|BP|}{|DP|}$ .
18. Je dán kosočtverec o straně délky  $a = 8$  cm. Dotykový bod vepsané kružnice dělí jeho stranu na úsečky  $a_1 = 5$  cm,  $a_2 = 3$  cm. Určete poloměr této kružnice a délky úhlopříček kosočtverce.
19. Vypočítejte délky stran a výšku  $v_c$  pravoúhlého trojúhelníku ABC (pravý úhel při vrcholu C), jestliže:
- úseky přepony jsou 2 cm, 5 cm
  - $v_c = 5$  cm,  $a = 10$  cm
  - jedna odvěsna měří 5 cm a úsek přepony, který k ní není přilehlý, měří 8 cm

### Řešení úloh:

1. P – pata výšky  $v$ , zároveň střed AB,  $|AB|=c$ ,  $\Delta PBC$  pravoúhlý.

$$b^2 = v^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2, \text{ tzn. } v = \sqrt{b^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

2. Trojúhelník je pravoúhlý, právě tehdy když je splněna Pythagorova věta. Nejdelší strana je přepona. Ověříme, zda platí  $m^2 = k^2 + l^2$ . Rovnost platí, tzn. trojúhelník je pravoúhlý.

3.  $v = \sqrt{6^2 - 2^2}$   $m = 4\sqrt{2} \text{ m}$ , tj. asi 5,66 m

4.  $u^2 = a^2 + b^2$

a) 25,6 cm; b) 45,3 cm

5. ověříme, zda platí Pythagorova věta

a) ano; b) ne; c) ano; d) ano

6. použití Pythagorovy věty

a)  $u^2 = a^2 + a^2$ ,  $u = \sqrt{2}a$

b)  $a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + v^2$ ,  $v = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

7. použití Pythagorovy věty

$$a^2 = \frac{e^2}{2} + \frac{f^2}{2}$$

a)  $f = 41,2 \text{ cm}$ ; b)  $a = 52 \text{ cm}$

8. použití Pythagorovy věty

těžnice = spojnice vrcholu a středu protilehlé strany

$\Delta AA'C$  pravoúhlý,  $A'$  - pata těžnice  $t_a$  (= střed BC)

$$t_a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + b^2, b = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$\Delta B'BC$  pravoúhlý,  $B'$  - pata těžnice  $t_b$  (= střed AC)

$$t_b^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + a^2, t_b = \sqrt{6^2 - 10^2} = 11,66 \text{ cm}$$

9. použití Pythagorovy věty

$v$  – tělesová úhlopříčka

$u$  – stěnová úhlopříčka

$$u^2 = a^2 + a^2, u = \sqrt{2}a$$

$$v^2 = a^2 + u^2, v = \sqrt{2a^2 + a^2} = \sqrt{3}a$$

**10. použití Pythagorovy věty**

$v$  – výška trojúhelníku na základnu

$$v^2 = b^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2, v = 2,5 \text{ m}, S = v \cdot \frac{a}{2} = 15 \text{ m}^2$$

**11. použití Pythagorovy věty**

kružnice opsaná čtverci o straně  $a$ , průměr kružnice = úhlopříčka čtverce

$$a = \frac{25}{\sqrt{2}} = 17 \text{ cm}, \text{ zaokrouhlení na celé centimetry dolů (řežeme dřevo)}$$

**12. použití Pythagorovy věty**

převod rychlosti z  $\text{km.h}^{-1}$  na  $\text{km.min}^{-1}$

$$v_1 = 72 \text{ km.h}^{-1} = 1,2 \text{ km.min}^{-1}$$

$$v_2 = 60 \text{ km.h}^{-1} = 1 \text{ km.min}^{-1}$$

Ujetá vzdálenost aut za 24 minut:  $s = v \cdot t$

$$s_1 = 28,8 \text{ km}, s_2 = 24 \text{ km}$$

$$\text{vzdálenost aut} = \text{přepona trojúhelníku: } v = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} = 37,5 \text{ km}$$

**13. použití Pythagorovy věty**

jedná se o pravoúhlý rovnostranný trojúhelník

$$c^2 = (2a)^2 + (2a)^2, c = 2\sqrt{2}a$$

$$O = 2a + 2a + 2\sqrt{2}a = 81,9 \text{ cm}$$

**14. použití Euleidovy věty o výšce**

$$v^2 = c_a \cdot c_b, c_a = c - c_b$$

$$64 = (20 - c_b) \cdot c_b$$

$$D = 144, c_b = 16 \text{ nebo } 4$$

Úseky přepony jsou 16 cm a 4 cm.

**15. použití Euleidových vět a Pythagorovy věty**

a)  $c_b = 3 \text{ cm}$

$$v^2 = c_a \cdot c_a, v = \sqrt{21} \text{ cm}$$

$$a^2 = c \cdot c_a, a = \sqrt{70} \text{ cm}$$

$$b^2 = c \cdot c_b, b = \sqrt{30} \text{ cm}$$

b)  $a^2 = c_a^2 + v^2, v = 3 \text{ cm}$

$$v^2 = c_a \cdot c_b, c_b = 2,25 \text{ cm}$$

$$c = 6,25 \text{ cm}$$

$$c^2 = a^2 + b^2, b = 3,75 \text{ cm}$$

c)  $c^2 = a^2 + b^2, a = 12 \text{ cm}$

$$a^2 = c \cdot c_a, c_a = 11,1 \text{ cm}$$

$$b^2 = c \cdot c_b, b = 1,9 \text{ cm}$$

$$v^2 = c_a \cdot c_b, v = 4,6 \text{ cm}$$

**16. použití Pythagorovy věty**

obrázek

soustava dvou rovnic o dvou neznámých:

$$t_b^2 = a^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$t_a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + b^2$$

---


$$144 \cdot 4 = 4a^2 + b^2$$

$$64 = \frac{a^2}{4} + b^2 \text{ odečíst rovnice}$$

---

 vyjádřit  $a^2$ , tzn.  $a = 11,68 \text{ cm}$ 
dosadit do rovnice, vyjádřit  $b$ , tzn.  $b = 5,5 \text{ cm}$ 

$$c^2 = a^2 + b^2, b = 12,9 \text{ cm}$$

**17. použití Euleidových vět a Pythagorovy věty**

$$|BD|^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2, |BD| = \frac{\sqrt{5}}{2} a$$

$$|AB|^2 = |BD| \cdot |BP|, |BP| = \frac{2\sqrt{5}}{5} a$$

$$|AD|^2 = |BD| \cdot |DP|, |DP| = \frac{\sqrt{5}}{10} a$$

$$\frac{|BP|}{|DP|} = \frac{4}{1}, \text{ tzn. } |BP| : |DP| = 4 : 1$$

**18. použití Euleidových vět**

obrázek (úhlopříčky jsou vzájemně kolmé a půlí se)

 $\Delta ABS$  (S střed kružnice,  $r$  poloměr kružnice = výška trojúhelníku,

$$|BS| = \frac{e}{2}, |AS| = \frac{f}{2}, AB = a_1 + a_2 = a)$$

$$r^2 = a_1 \cdot a_2, r = \sqrt{15} \text{ cm}$$

$$\left(\frac{e}{2}\right)^2 = a \cdot a_1, e = 4\sqrt{6} \text{ cm}$$

$$\left(\frac{f}{2}\right)^2 = a \cdot a_2, f = 4\sqrt{10} \text{ cm}$$

**19.** použití Euleidových vět a Pythagorovy věty

a)  $v^2 = c_a \cdot c_b, v = \sqrt{10} \text{ cm}$

$$a^2 = c \cdot c_a, a = \sqrt{35} \text{ cm}$$

$$b^2 = c \cdot c_b, b = \sqrt{14} \text{ cm}$$

b)  $a^2 = v^2 + c_a^2, c_a = 5\sqrt{3} \text{ cm}$

$$a^2 = c \cdot c_a, c = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

$$c^2 = a^2 + b^2, b = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

c)  $a^2 = c \cdot c_a, c_a = c - c_b = c - 8$

$$c^2 - 8c - 25 = 0$$

$$D = 100, c = 9 \text{ (-1 nelze)}$$

$$c^2 = a^2 + b^2, b = 2\sqrt{14} \text{ cm}$$

## **Použitá literatura:**

1. BUŠEK, Ivan, Leo BOČEK a Emil CALDA. *Matematika pro gymnázia: Základní poznatky z matematiky*. 2. vyd. Prometheus, spol. s. r. o., 1994. ISBN 80-85849-34-8.
2. BĚLOUN, František, Ivan BUŠEK, Vlastimil MACHÁČEK a Jana MÜLLEROVÁ. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*. 6. vyd. SPN, 1992. ISBN 80-04-26365-8.
3. POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: Planimetrie*. 4. vyd. Prometheus, spol. s. r. o., 2006. ISBN 80-7196-174-4.
4. CALDA, Emil. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU, 1. díl*. 1. vyd. Prometheus, spol. s. r. o., 2002. ISBN 80-7196-020-9.
5. Vlastní tvorba