



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Digitální učební materiál

Projekt: Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60  
České Budějovice

---

**Název materiálu:** Obvody a obsahy kruhu a kružnice - příklady

**Autor materiálu:** Jana Uhlíková

**Datum vytvoření:** 28. 6. 2013

**Zařazení materiálu:**

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Tematická oblast: Planimetrie

Sada: MA3

Číslo DUM: 13

Předmět, ročník: Matematika, 2. ročník

**Ověření materiálu ve výuce:**

Datum ověření: 26., 28. 11. 2013

Třída: ZDA 2. B

Ověřující učitel: Mgr. Martin Mach

**Popis způsobu použití materiálu ve výuce:**

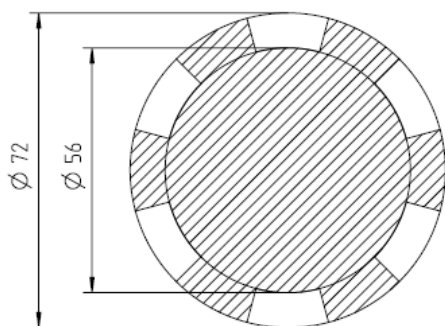
Úlohy na procvičení výpočtu obvodu a obsahu kruhu a kružnice.

**Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.**

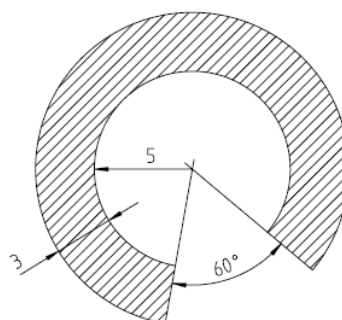
### Zadání úloh:

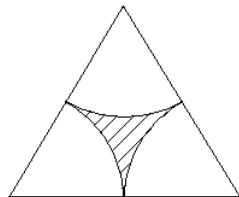
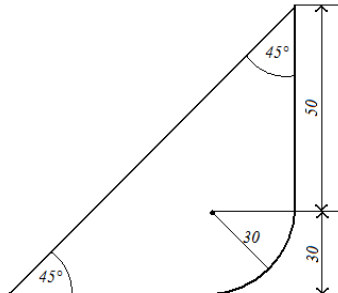
- Zadní kola traktoru mají průměr 1,25 m a přední kola mají průměr 55 cm.
  - V jakém poměru jsou počty jejich otáček?
  - Kolikrát se otočí každé kolo při ujetí 1,5 km?
- Průměr kruhového záhonu je 3 m. Na záhon sázíme květy v soustředných kružnicích. Vzdálenost řádků je 30 m a vzdálenost květů v jednom řádku, měřeno po oblouku, je aspoň 25 cm. Kolik květů vysázíme?
- O kolik procent se změnil obsah průřezu plechového potrubí, jehož kruhový tvar byl při téměř obvodu změněn ve čtvercový?
- Ocelové lano se skládá z osmi pramenů a každý pramen z deseti drátů o průměru  $d = 0,6$  mm. Vypočítejte obsah průřezu lana.
- Vypočítejte obsah plochy, která je nakreslena a okótována na obrázcích; uvedené kóty jsou vyjádřeny v milimetrech.

a)



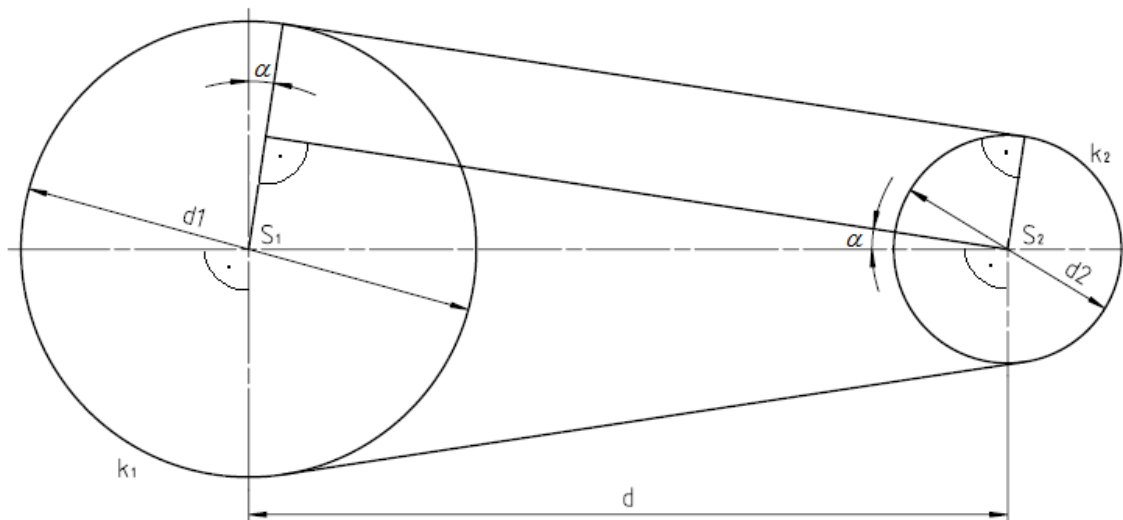
b)



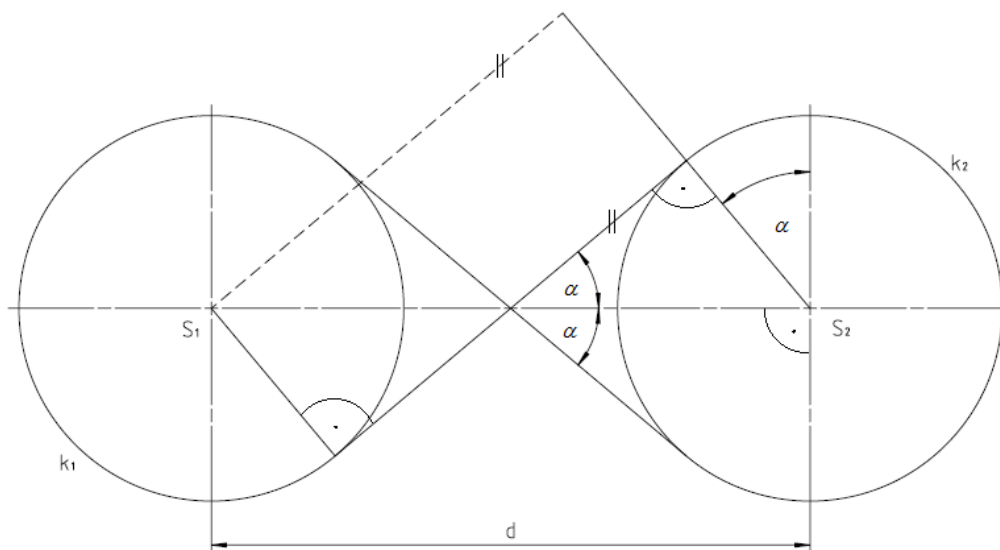
- Určete poloměr kruhové dráhy, kterou musí běžec proběhnout třikrát, aby uběhl 2 km.
- Je dán rovnostranný trojúhelník o straně délky  $a$ . Jeho vrcholy jsou středy kružnic o poloměrech  $\frac{1}{2}a$ . Určete obsah obrazce uvnitř trojúhelníku ohraničeného oblouky těchto kružnic.
- Kruhový stůl o průměru 80 cm je pokryt čtvercovým ubrusem s délkou strany 1,2 m. O co výše nad zemí je střed ubrusu než jeho rohy?
- Kolo těžní věže má průměr 1,5 m. O kolik metrů se spustí klec výtahu, když se kolo otočí 25krát?
- Kruhový záhon o průměru 8 m se má rozdělit soustřednou kružnicí na kruh a mezikruží se stejným obsahem. Určete poloměr této kružnice.
- Podložka má tvar uvedený na obrázku. Oblouk je čtvrtkružnice. Vypočítejte obvod a obsah podložky. Rozměry jsou uvedeny v milimetrech.

12. Hnací kotouč pásové pily s průměrem 36 cm vykoná za minutu 940 otáček. Jakou řeznou rychlostí se pila pohybuje?

13. Vypočítejte délku klínového řemene na řemenicích s průměry  $d_1 = 600$  mm a  $d_2 = 120$  mm při vzdálenosti hřídelů  $d = 480$  mm.



14. Vypočítejte délku zkříženého řemene na kotoučích s průměry 450 mm při vzdálenosti hřídelů 2,5 m.



### Řešení úloh:

1. a)  $O_1 : O_2 = 2\pi \frac{125}{2} : 2\pi \frac{55}{2} = 25 : 11$

b)  $s = 1500 \text{ m}$

$$O_1 = 3,925 \text{ m}; O_2 = 1,727 \text{ m}$$

$$s : O_1 \dots 382 \text{ krát zadní kolo}$$

$$s : O_2 \dots 868 \text{ krát přední kolo}$$

2.  $150:30 = 5 \dots$  soustředných kružnic

$$O_1 = 2\pi \cdot 150 = 942 \text{ cm} \Rightarrow O_1 : 25 = 37 \text{ květů}$$

$$O_2 = 2\pi \cdot 120 = 753,6 \text{ cm} \Rightarrow O_2 : 25 = 30 \text{ květů}$$

$$O_3 = 2\pi \cdot 90 = 565,2 \text{ cm} \Rightarrow O_3 : 25 = 22 \text{ květů}$$

$$O_4 = 2\pi \cdot 60 = 376,8 \text{ cm} \Rightarrow O_4 : 25 = 15 \text{ květů}$$

$$O_5 = 2\pi \cdot 30 = 188,4 \text{ cm} \Rightarrow O_5 : 25 = 7 \text{ květů}$$

$$\text{střed kružnic} \Rightarrow 1 \text{ květ}$$

Celkem 112 květů.

3.  $O_1 = O_2 \Rightarrow 2\pi r = 4a \Rightarrow a = \frac{\pi r}{2}$

$$S_1 = \pi r^2 \dots 100 \%$$

$$S_2 = \left(\frac{\pi r}{2}\right)^2 \dots x \% \Rightarrow x = 78,5 \%, \text{ tzn. obsah se zmenšil o } 21,5 \%$$

4.  $S_{\text{drátu}} = \pi r_{\text{drátu}}^2 = 0,09\pi \text{ mm}^2 \dots 1 \text{ drát} \Rightarrow 10 \text{ drátů} \Rightarrow 8 \text{ pramenů} \dots 22,61 \text{ mm}^2$

5. a) kruh 1:  $S_1 = \pi r_1^2 = \pi \cdot 28^2 = 784\pi \text{ mm}^2$

$$\text{mezikruží: } S_m = \pi \cdot 36^2 - \pi \cdot 28^2 = 512\pi \text{ mm}^2$$

$$\text{vyšrafována jen } \frac{1}{2} \text{ mezikruží} \Rightarrow S_2 = \frac{S_m}{2} = 256\pi \text{ mm}^2$$

$$S = S_1 + S_2 = 1040\pi \text{ mm}^2 = 3265,6 \text{ mm}^2$$

b)  $r_1 = 5 \text{ mm}; r_2 = 8 \text{ mm}; \alpha = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$

kruhové výseče:

$$S_{V1} = \frac{\pi r_1^2}{360} \cdot \alpha = 20,83\pi \text{ mm}^2$$

$$S_{V2} = \frac{\pi r_2^2}{360} \cdot \alpha = 53,33\pi \text{ mm}^2$$

$$S = S_2 - S_1 = 102 \text{ mm}^2$$

6.  $3 \cdot O = 2 \text{ km} \Rightarrow O = \frac{2}{3} \text{ km} \Rightarrow O = 2\pi r \Rightarrow r = 106 \text{ m}$

7. rovnostranný trojúhelník  $\Rightarrow$  vnitřní úhly  $60^\circ$

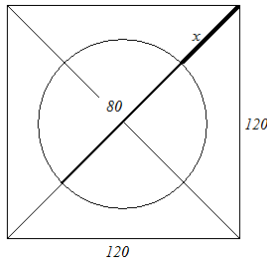
kruhová výseč:  $S_V = \frac{\pi r_1^2}{360} \cdot \alpha = \frac{\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2}{360} \cdot 60 = \frac{\pi a^2}{24}$

trojúhelník:  $a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + v^2 \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

$$S_T = a \cdot v_a = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

obrazec:  $S = S_T - 3 \cdot S_V = \frac{a^2}{8} (2\sqrt{3} - \pi)$

8.



úhlopříčka ubrusu:  $u = \sqrt{2}a \Rightarrow u - d = 120\sqrt{2} - 80 \Rightarrow x = \frac{u - d}{2} = 44,85 \text{ cm}$

9.  $O = \pi d = 4,71 \text{ m} \Rightarrow 25 \text{ otáček} \dots 25 \cdot O = 117,75 \text{ m}$

10.  $S_k = S_M$

záhon:  $S_Z = \pi r^2 = 50,24 \text{ m}^2 \Rightarrow \frac{S_Z}{2} = S_k \Rightarrow r_k = \sqrt{\frac{25,12}{\pi}} = 2,83 \text{ m}$

11. trojúhelník ABC:

$$b = \sqrt{80^2 + 80^2} = 113,137 \text{ mm}$$

čtvrtkružnice:  $O_{CK} = \frac{1}{4} 2\pi \cdot 30 = 47,1 \text{ mm}$

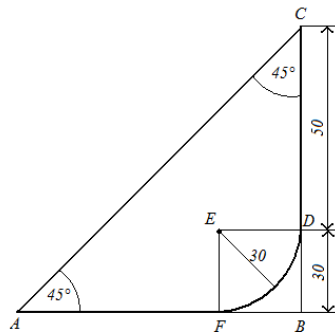
$$O = b + 2 \cdot 50 + O_{CK} = 26 \text{ cm}$$

trojúhelník ABC:  $S_T = \frac{(50 + 30)^2}{2} 3200 \text{ mm}^2$

čtverec BDEF:  $S_C = 30^2 = 900 \text{ m}^2$

čtvrtkružnice:  $S_{CK} = \frac{1}{4} \pi \cdot 30^2 = 706,5 \text{ mm}^2$

$$S = S_T - S_C - S_{CK} = 30 \text{ cm}^2$$



12. 1 min. ... 940 otáček

$$O = \pi d = 113,04 \text{ cm} = 1,13 \text{ m} \Rightarrow 940 \cdot O = 17,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

13.

$$y = r_1 - r_2 = 240 \text{ mm}$$

$$x = \sqrt{480^2 - y^2} = 415,69 \text{ mm}$$

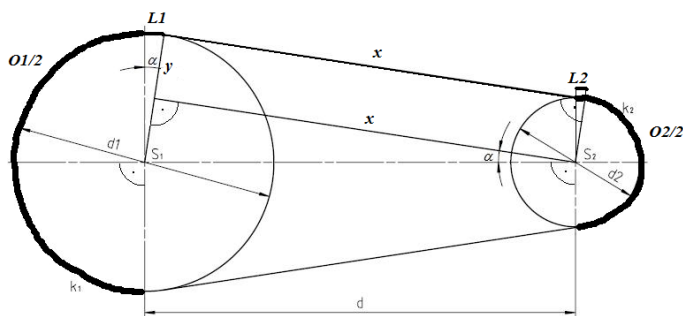
$$\sin \alpha = \frac{y}{480} = 0,5 \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$O_1 = \pi d_1 \Rightarrow \frac{O_1}{2} = 942 \text{ mm}$$

$$l_1 = \frac{\pi d_1}{360} \alpha = 157 \text{ mm}$$

$$O_2 = \pi d_2 \Rightarrow \frac{O_2}{2} = 188,4 \text{ mm} \quad l_2 = \frac{\pi d_2}{360} \alpha = 31,4 \text{ mm}$$

$$\text{Délka řemene: } \frac{O_1}{2} + 2 \cdot l_1 + 2x + \frac{O_2}{2} + 2 \cdot l_2 = 2213 \text{ mm}$$



14.

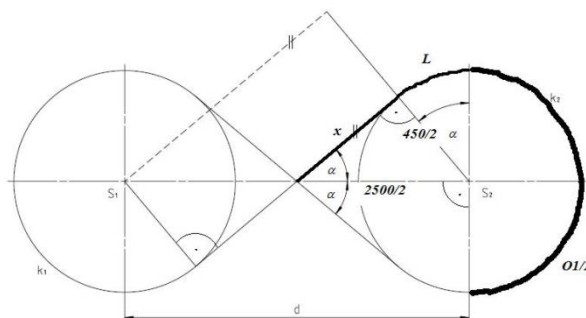
$$\sin \alpha = \frac{\frac{450}{2}}{\frac{2500}{2}} = 0,18 \Rightarrow \alpha = 10^\circ 22'$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{2500}{2}\right)^2 - \left(\frac{450}{2}\right)^2} = 1229,58 \text{ mm}$$

$$O = \pi d \Rightarrow \frac{O}{2} = 706,5 \text{ mm}$$

$$l = \frac{\pi d}{360} \alpha = 40,7 \text{ mm}$$

$$\text{Délka řemene: } 2 \cdot \frac{O}{2} + 4l + 4x = 6494 \text{ mm}$$



## **Použitá literatura:**

1. BĚLOUN, František, Ivan BUŠEK, Vlastimil MACHÁČEK a Jana MÜLLEROVÁ. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*. 6. vyd. SPN, 1992. ISBN 80-04-26365-8.
2. POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: Planimetrie*. 4. vyd. Prometheus, spol. s. r. o., 2006. ISBN 80-7196-174-4.
3. JIRÁSEK, František, Karel BRANIŠ, Stanislav HORÁK a Milan VACEK. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU, 1. část*. 5. vyd. Prometheus, spol. s. r. o., 2006. ISBN 80-85849-55-0.