**Projekt:** **Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527**

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60 České Budějovice

**Název materiálu:** Vektory II. – sčítání vektorů, násobení vektoru číslem

**Autor materiálu:** RNDr. Helena Jandová

Datum (období) vytvoření: leden 2013

**Zařazení materiálu:**

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Předmět: Matematika, 3, 4. ročník

Sada: MA4

Číslo DUM: 3

Tematická oblast: Analytická geometrie

**Ověření materiálu ve výuce:**

Datum ověření: 23. 4. 2013

Ověřující učitel: Mgr. Martin Mach

Třída: LA 3

**Popis způsobu použití materiálu ve výuce:** Výuka vektorů ve 3. ročnících SZŠ a 4. ročnících zdravotnického lycea. Výuková elektronická prezentace, která je určena pro seznámení žáků s vektory, sčítáním vektorů a násobení vektoru číslem. Materiál může sloužit jako pomůcka doplňující výklad učitele, ale také je vhodná pro domácí přípravu žáků (např. zpřístupněním formou e-learningu). Materiál obsahuje zpětnou vazbu ověřující pochopení látky v podobě řešených příkladů.

**Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.**

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Vektory II.

## sčítání vektorů, násobení vektoru číslem

# Sčítání vektorů

<u>Součet vektorů</u> $\vec{u} = B - A, \ \vec{v} = C - B$

je <u>vektor</u> $\underline{\vec{w} = C - A}$.

*Zapisujeme:* $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = C - A$

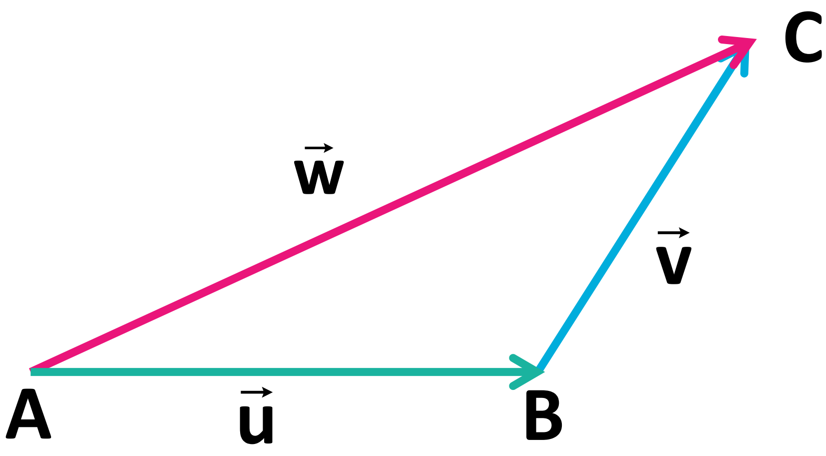
*Poznámka:*

***vektory jsme se naučili sčítat graficky – ve fyzice (např. síly nebo rychlosti)***

# Součet vektorů graficky

**Sčítáme vektory:** $\vec{u} = B - A, \ \vec{v} = C - B$

**Výsledný vektor:** $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v} = C - A$




$$\boxed{\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}}$$

# Souřadnice vektoru $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$

Pro každé dva vektory

$$\vec{u} = (u_1, u_2),$$
$$\vec{v} = (v_1, v_2)$$

v rovině platí:

$$\boxed{\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1\,,\; u_2 + v_2)}$$

# Příklad č. 1

**Jsou dány vektory:**

$$\vec{\mathbf{u}} = (\mathbf{3}, \mathbf{-4}),$$
$$\vec{\mathbf{v}} = (\mathbf{-2}, \mathbf{5})$$

**Určete jejich součet** $\vec{\mathbf{w}} = \vec{\mathbf{u}} + \vec{\mathbf{v}}.$

# Řešení č. 1

Ze zadání: $\vec{\mathbf{u}} = (3, -4)$,

$\vec{\mathbf{v}} = (-2, 5)$

Dosadíme: $w_1 = u_1 + v_1 = 3 - 2 = 1$

$w_2 = u_2 + v_2 = -4 + 5 = 1$

Souřadnice: $\vec{\mathbf{w}} = (1, 1)$

# Vlastnosti operace sčítání vektorů

**Sčítání vektorů je komutativní:**

**Pro každé dva vektory $\vec{u}, \vec{v}$ platí:**

$$\boxed{\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}}$$

**Sčítání vektorů je asociativní:**

**Pro každé tři vektory $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ platí:**

$$\boxed{(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})}$$

# Nulový a opačný vektor při sčítání vektorů

***Pro každý vektor*** $\vec{u}$ ***platí***:

1. $\vec{u} + \vec{o} = \vec{u}$ ($\vec{o}$ je nulový vektor)

2. $\vec{u} + \left(-\vec{u}\right) = \vec{o}$ ($\left(-\vec{u}\right)$ je opačný vektor)

***Poznámka:***

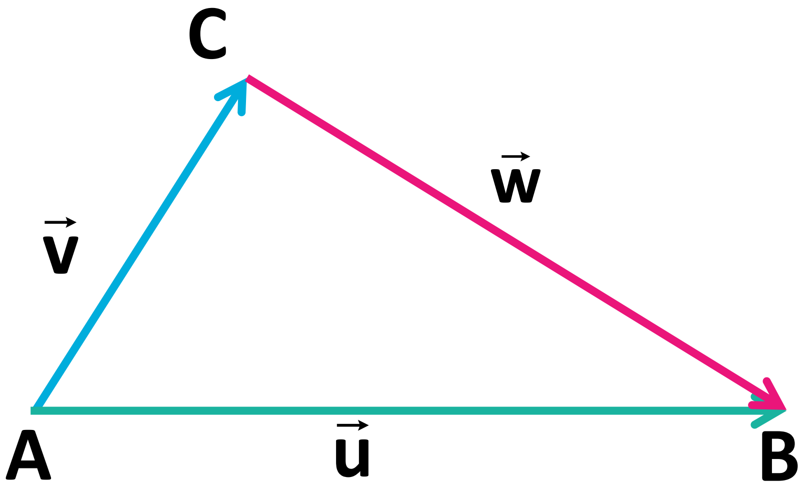
místo $\vec{u} + \left(-\vec{v}\right)$ píšeme $\vec{u} - \vec{v}$ a říkáme:

***rozdíl vektorů*** $\vec{u} - \vec{v}$

# Rozdíl vektorů graficky

**odčítáme vektory:** $\vec{u} = B - A, \ \vec{v} = C - A$

**Výsledný vektor:** $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v} = B - C$




$$\boxed{\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}}$$

# Příklad č. 2

**Jsou dány vektory:** $\vec{\mathbf{u}} = (3, -4)$,

$\vec{\mathbf{v}} = (-2, 5)$

**Určete jejich rozdíl** $\vec{\mathbf{w}} = \vec{\mathbf{u}} - \vec{\mathbf{v}}$

# Řešení č. 2

**Ze zadání:** $\vec{u} = (3, -4),$

$\vec{v} = (-2, 5)$

**Dosadíme:**

$$w_1 = u_1 - v_1 = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5$$

$$w_2 = u_2 - v_2 = -4 - 5 = -9$$

**Souřadnice:**

$$\vec{w} = (5, -9)$$

# Násobení vektoru číslem

**Násobek *nenulového* vektoru $\vec{u} = B - A$ číslem *k* je vektor $C - A$, přičemž C je bod, pro který platí**

1. $|AC| = |k| \cdot |AB|$,
2. **Je-li *k* ≥ 0, leží bod C na polopřímce AB; je-li *k* < 0, leží bod C na polopřímce opačné k polopřímce AB.**

***Poznámka:***

**Násobek *nulového* vektoru číslem *k* je nulový vektor**

# Souřadnice násobku vektoru

***Symbolický zápis:***

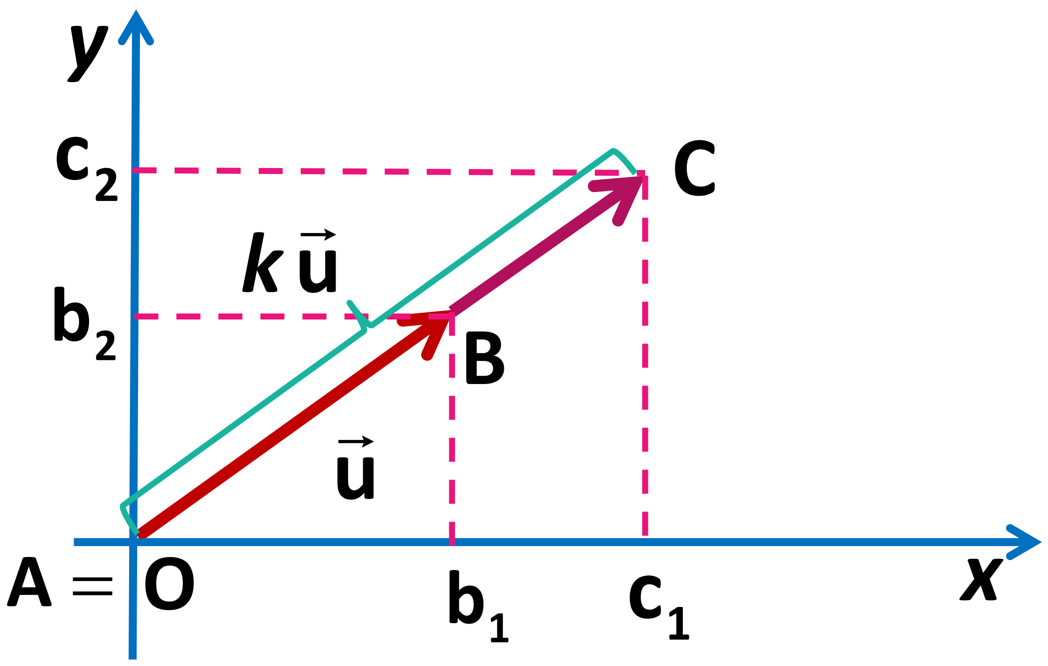
**vektor $C - A$ zapisujeme symbolem $k\vec{u}$**

**Pro každý vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ v rovině a každé číslo *k* platí:**

$$k\vec{u} = (k u_1, k u_2)$$

# Graficky

vektor $C - A = k\vec{u} = k\,(B - A)$



# Vlastnosti operace násobení vektoru číslem

**Pro každé dva vektory $\vec{u}, \vec{v}$ a každá čísla $k$, $l$ platí:**

$$\boxed{\begin{gathered} 0 \cdot \vec{u} = \vec{o}, \\ (-1) \cdot \vec{u} = -\vec{u}, \\ k(l\vec{u}) = (kl)\vec{u}, \\ k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}, \\ (k + l)\vec{u} = k\vec{u} + l\vec{u}. \end{gathered}}$$

# Příklad č. 2

**Určete čísla *a, b* tak, aby platilo:**

**$3(1 + a ; -1) + 2(1 ; 6b) = (8 ; 3)$**

# Řešení č. 2

**Ze zadání:**

$3(1 + a\ ; -1) + 2(1\ ; 6b) = (8\ ; 3)$

**Vytvoříme soustavu rovnic:**

$3(1 + a) + 2 \cdot 1 = 8$

$3(-1) \ + \ 2 \cdot 6b = 3$

$3 + 3a + 2 = 8$

$-3 + 12b = 3$

**Řešením soustavy dostaneme:** $a = 1\ ; b = \frac{1}{2}$

# Lineární kombinace vektorů $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$

– je vektor $\underline{a\vec{u} + b\vec{v} + c\vec{w}}$, kde $a, b, c \in R$

***Poznámky:***

1. **Můžeme vytvořit lineární kombinaci i dvou, čtyř, pěti atd. vektorů.**

2. **Lineární kombinace jednoho vektoru je jeho násobek.**

# Příklad č. 3

**Vypočítejte lineární kombinaci:**

$a\vec{u} - b\vec{v}$

**vektorů** $\vec{u}, \vec{v}$**, jestliže:**

$a = 2,\ b = -1;$

$\vec{u} = (1, 3), \quad \vec{v} = (-1, 7).$

# Řešení č. 3

Ze zadání: $a = 2\,;\ b = -1\,;\ \vec{u} = (1,3);\ \vec{v} = (-1,\ 7)$

lineární kombinace $a\vec{u} - b\vec{v}$ je vektor, který

můžeme označit $\vec{w}$ tj. $\vec{w} = a\vec{u} - b\vec{v}$

jeho souřadnice: $\vec{w} = (w_1, w_2)$ ; $w_1 = au_1 - bv_1$

Po dosazení: $w_2 = au_2 - bv_2$

$$w_1 = 2 \cdot 1 - (-1) \cdot (-1) = 2 - 1 = 1$$

$$w_2 = 2 \cdot 3 - (-1) \cdot 7 = 6 - 7 = 13$$

Lineární kombinace je vektor: $\underline{\vec{w} = (1, 13)}$

# Seznam použité literatury

KOČANDRDLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia*: *Analytická geometrie*. 3. vydání. Praha: Prometheus, 2009. Učebnice pro střední školy. ISBN 978-80-7196-390-5

CALDA, Emil. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU, 4.díl*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 2007. Učebnice pro střední školy. ISBN 978-80-7196-139-0

*Obrázky* – zdroj: vlastní tvorba