

Projekt: Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60 České Budějovice

Název materiálu: Vektory III. – Velikost vektoru, skalární součin vektorů

Autor materiálu: RNDr. Helena Jandová

Datum (období) vytvoření: leden 2013

Zařazení materiálu:

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Předmět: Matematika, 3, 4. ročník

Sada: MA4

Číslo DUM: 4

Tematická oblast: Analytická geometrie

Ověření materiálu ve výuce:

Datum ověření: 25. 4. 2013

Ověřující učitel: Mgr. Martin Mach

Třída: LA 3

Popis způsobu použití materiálu ve výuce:

Výuka vektorů ve 3. ročnících SZŠ a 4. ročnících zdravotnického lycea. Výuková elektronická prezentace, která je určena pro seznámení žáků s vektory, jejich vlastnostmi a základními operacemi s nimi. Materiál může sloužit jako pomůcka doplňující výklad učitele, ale také je vhodná pro domácí přípravu žáků (např. zpřístupněním formou e-learningu). Materiál obsahuje zpětnou vazbu ověřující pochopení látky v podobě řešených příkladů.

Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Vektory III.



velikost vektoru, skalární součin vektorů

Velikost vektoru

Velikost vektoru \vec{u}

je velikost kterékoliv orientované úsečky \overrightarrow{AB} určující vektor \vec{u} .

Pro velikost vektoru používáme symbol $|\vec{u}|$

Výpočet velikosti vektoru

Pro každý vektor $\vec{u} = (u_1, u_2)$ v rovině platí

$$|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$$

Platí

$$\vec{u} = \vec{0} \iff |\vec{u}| = 0$$

Jednotkový vektor

Vektor jehož velikost je rovna jedné:

$$|\vec{u}| = 1$$

Př. vektor $\vec{u} = (0, -1)$ má velikost 1:

$$|\vec{u}| = \sqrt{0 + (-1)^2} = \sqrt{1} = 1$$

Příklad č. 1

V rovině je v dané kartézské soustavě souřadnic dán vektor

$$\vec{u} = (4, -3).$$

Určete jeho velikost.

Řešení č. 1

$$\vec{u} = (4, -3)$$

$$u_1 = 4$$

$$u_2 = -3$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

Velikost vektoru \vec{u} je 5.

Příklad č. 2

Vypočítejte první souřadnici vektoru \vec{u} , jehož druhá souřadnice je 3, tj. $\vec{u} = (u_1, 3)$, velikost vektoru \vec{u} je 5.

Postup řešení č. 2

$$\vec{u} = (u_1, 3) \quad |\vec{u}| = 5$$

Řešíme kvadratickou rovnicí

$$|\vec{u}| = 5 = \sqrt{u_1^2 + 9}$$

která má dvě řešení, první souřadnice vektoru \vec{u} tak budou dvě: u_{11}, u_{12}

Řešení č. 2

$$5^2 = u_1^2 + 9$$

$$25 - 9 = u_1^2$$

$$16 = u_1^2$$

$$|u_1| = 4$$

Úloha má dvě řešení $u_{11} = 4$, $u_{12} = -4$

Skalární součin

Skalární součin dvou vektorů

$$\vec{u} = (u_1, u_2), \quad \vec{v} = (v_1, v_2)$$

v rovině je **číslo**

$$u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2$$

Značení

Skalární součin vektorů zapisujeme:

$\vec{u} \cdot \vec{v}$ nebo $\vec{u} \vec{v}$ tj. $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2$

Místo $\vec{u} \cdot \vec{u}$ píšeme obvykle \vec{u}^2

V rovině platí: $\vec{u}^2 = u_1^2 + u_2^2$

Příklad č. 3

V rovině jsou dány vektory \vec{u} , \vec{v} :

$$\vec{u} = (3, -1) , \quad \vec{v} = (-2, -1)$$

vypočítejte skalární součin vektorů.

Řešení č. 3

Vektory $\vec{u} = (3, -1)$, $\vec{v} = (-2, -1)$

Souřadnice: $u_1 = 3$, $u_2 = -1$
 $v_1 = -2$, $v_2 = -1$

Skalární součin:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot (-2) + (-1) \cdot (-1) = -6 + 1 = -5$$

Příklad č. 4

Je dán vektor $\vec{u} = (-2, 5)$.

Určete druhou souřadnici vektoru

$$\vec{v} = (5, v_2),$$

jestliže skalární součin vektorů $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

Řešení č. 4

$$\vec{u} = (-2, 5) \quad \vec{v} = (5, v_2) \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

Řešíme rovnici: $(-2) \cdot 5 + 5 \cdot v_2 = 0$

$$-10 + 5 \cdot v_2 = 0$$

$$5 \cdot v_2 = 10$$

$$v_2 = 2$$

Souřadnice vektoru jsou: $\vec{v} = (4, 2)$

Seznam použité literatury

KOČANDRDLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: Analytická geometrie*. 3. vydání. Praha: Prometheus, 2009. Učebnice pro střední školy. ISBN 978-80-7196-390-5

CALDA, Emil. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU, 4.díl*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 2007. Učebnice pro střední školy. ISBN 978-80-7196-139-0