Projekt: **Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527**

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60 České Budějovice

Název materiálu: Polohové úlohy v rovině

Autor materiálu: RNDr. Helena Jandová

Datum (období) vytvoření: únor 2013

Zařazení materiálu:

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Předmět: Matematika, 3, 4. ročník

Sada: MA4

Číslo DUM: 11

Tematická oblast: Analytická geometrie

Ověření materiálu ve výuce:

Datum ověření: 13. 3. 2013

Ověřující učitel: RNDr. Helena Jandová

Třída: ZLY 4

Popis způsobu použití materiálu ve výuce: Výuka analytické geometrie ve 3. ročnících SZŠ a 4. ročnících zdravotnického lycea. Výuková elektronická prezentace, která je určena pro seznámení žáků s obecnou rovnicí přímky a řešením úloh na vzájemnou polohu přímek v rovině. Materiál může sloužit jako pomůcka doplňující výklad učitele, ale také je vhodná pro domácí přípravu žáků (např. zpřístupněním formou e-learningu). Materiál obsahuje zpětnou vazbu ověřující pochopení látky v podobě řešených příkladů.

Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Polohové úlohy

v rovině

Parametrická a obecná rovnice přímky

Při řešení základních úloh na vzájemnou polohu bodů a přímek v rovině se musíme naučit:

přímku zadanou parametrickými rovnicemi vyjádřit obecnou rovnicí a obráceně.

Postup si ukážeme na příkladech.

Příklad č. 1

Přímka *p* je zadána parametricky napište obecnou rovnici této přímky.

$$\boldsymbol{p}: \quad \mathbf{x} = \mathbf{1} - \mathbf{t},$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{3} + \mathbf{2t},\ \mathbf{t} \in \mathbf{R}$$

Postup řešení č. 1

Ze zadané rovnice $p: \quad x = 1 - t,$

$$y = 3 + 2t,\ t \in R$$

určíme směrový vektor $\vec{u}$ **přímky** ***p*****:**

$$\vec{u} = (-1, 2)$$

normálový vektor $\vec{n}$ **je k němu kolmý**

(tzn. skalární součin $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$**):**

$$\vec{n} = (2, 1)$$

Postup řešení č. 1

Obecná rovnice přímky: $p: \quad 2x + y + c = 0$

Bodem přímky *p* je např. bod P[1, 3], dosazením jeho souřadnic do obecné rovnice přímky *p*, dostaneme c: $2 \cdot 1 + 3 + c = 0$

$$\underline{c = -5}$$

Po dosazení za c, dostaneme hledanou obecnou rovnici: $p: \quad 2x + y - 5 = 0$

Jiný způsob řešení

Z jedné z parametrických rovnic

$$p: \quad x = 1 - t,$$
$$y = 3 + 2t,\ t \in R$$

vyjádříme parametr **t** a dosadíme do druhé rovnice:

$$t = 1 - x$$
$$y = 3 + 2(1 - x)$$

Po úpravě dostaneme: $p: \quad 2x + y - 5 = 0$

Příklad č. 2

Přímku *p* zadanou obecnou rovnicí $p: \quad 3x - 2y + 1 = 0$, vyjádřete parametricky.

Postup řešení č. 2

Ze zadání přímky $p: \quad 3x - 2y + 1 = 0$

určíme normálový vektor: $\vec{n} = (3, -2)$,

najdeme k němu směrový vektor : $\vec{u} = (2, 3)$

(víme, že $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$)

Na přímce *p* zvolíme libovolný bod P[x, y]

(jednu souřadnici „šikovně“ zvolíme, abychom nedostali zlomky a druhou vypočítáme)

Např. pro $\underline{y = -1}$: $\quad 3x - 2(-1) + 1 = 0 \quad$ je $\quad \underline{x = -1}$

Postup řešení č. 2

Bod $\mathbf{P} \in p$, má souřadnice: $\mathbf{P}[-1, -1]$

směrový vektor přímky p: $\vec{\mathbf{u}} = (2, 3)$

parametrická rovnice přímky: $p: \quad \mathbf{X} = \mathbf{P} + t\vec{\mathbf{u}}$

Hledaná parametrická rovnice přímky p má tvar:

$$p: \quad x = -1 + 2t,$$

$$y = -1 + 3t, \quad t \in R$$

Vzájemná poloha přímek

Při určování vzájemné polohy dvou přímek v rovině, <u>řešíme</u> obvykle <u>soustavu dvou rovnic</u> o dvou neznámých, která může mít:

a) **jedno řešení – pro *různoběžky* (mají společný průsečík)**
b) **nekonečně mnoho řešení – pro *totožné* přímky**
c) **žádné řešení – pro *rovnoběžné a různé* přímky**

Příklad č. 3

Určete průsečík přímek *p, q*:

$$p: \quad \mathbf{x = 3 - 2t,}$$

$$\mathbf{y = -1 + t, \quad t \in R,}$$

$$q: \quad \mathbf{4x - y + 5 = 0}$$

Postup řešení č. 3

Z parametrické rovnice přímky dosadíme do obecné a vypočteme parametr t:

$$4(3-2t)-(-1+t)+5=0$$

$$12-8t+1-t+5=0$$

$$\underline{t=2}$$

Dosazením t = 2 do parametrické rovnice přímky p, dostaneme souřadnice průsečíku P.

Postup řešení č. 3

Do rovnice p : $x = 3 - 2t,$

$y = -1 + t, \quad t \in R$

dosadíme **t = 2**:

$x = 3 - 2 \cdot 2 = -1$

$y = -1 + 2 = 1$

Souřadnice průsečíku jsou: **P[–1, 1]**

Poloha bodu vzhledem k polorovině

Při řešení těchto úloh budeme využívat větu:

Jestliže přímka p má obecnou rovnici

$$ax + by + c = 0,$$

pak jedna polorovina s hraniční přímkou p je množina těch bodů X[x, y], pro které platí:

$$ax + by + c \geq 0$$

druhá polorovina je množina těch bodů X[x, y], pro které platí: $ax + by + c \leq 0$

Příklad č. 4

Je dána přímka $p: \quad 2x - y + 1 = 0$

Určete, zda body

A[2, 1]

O[0, 0]

B[–1, 1]

leží ve stejné polorovině.

Postup řešení č. 4

Souřadnice bodů dosadíme:

A[2, 1] $$2\cdot 2-1+1=4\geq 0$$

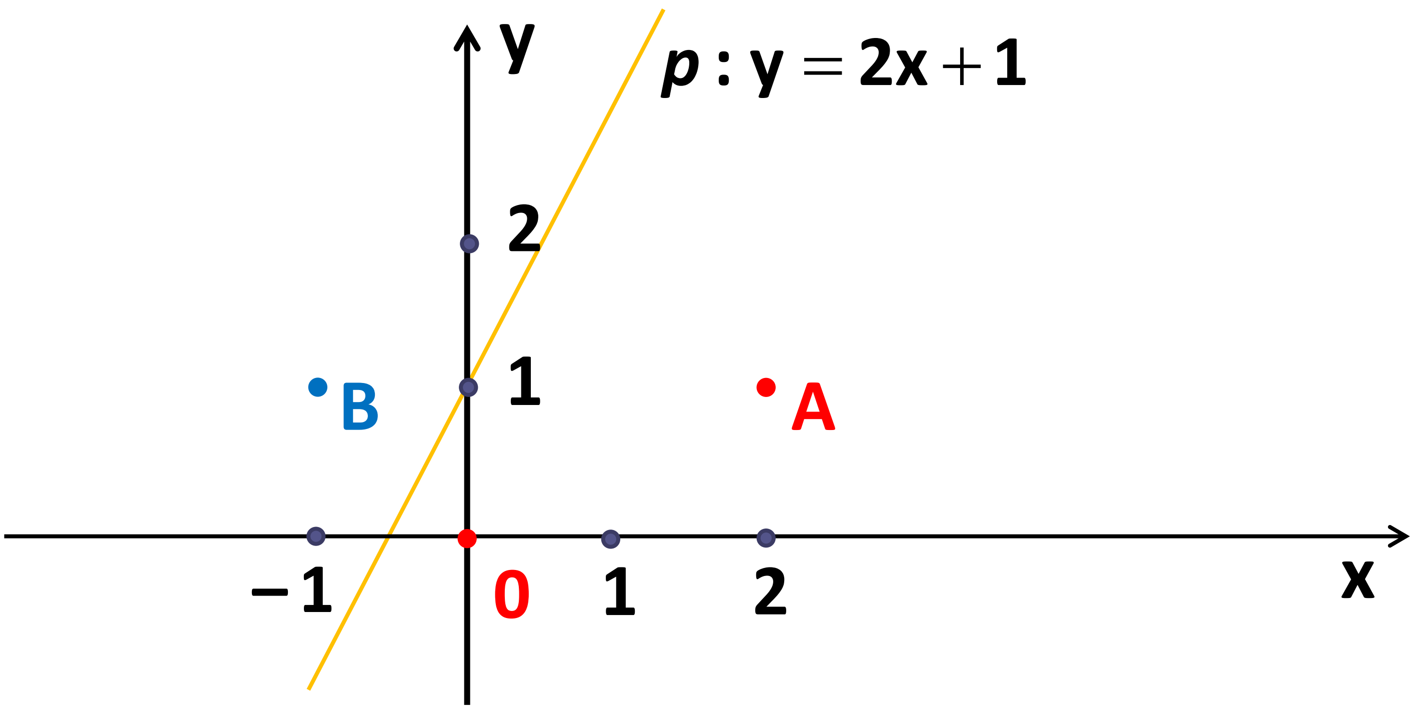
O[0, 0] $$2\cdot 0-0+1=1\geq 0$$

B[–1, 1] $$2\left(-1\right)-1+1=-2\leq 0$$

Bod B splňuje opačnou nerovnost, proto leží v opačné polorovině, než body A, O.

Grafické zobrazení řešení č. 4

Přímku zobrazíme v soustavě O(x, y):



Seznam použité literatury

KOČANDRDLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia*: *Analytická geometrie*. 3. vydání. Praha: Prometheus, 2009. Učebnice pro střední školy. ISBN 978-80-7196-390-5

CALDA, Emil. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU, 4.díl*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 2007. Učebnice pro střední školy. ISBN 978-80-7196-139-0

Obrázky – zdroj: vlastní tvorba