

Projekt: Digitální učební materiály ve škole, registrační číslo projektu CZ.1.07/1.5.00/34.0527

Příjemce: Střední zdravotnická škola a Vyšší odborná škola zdravotnická, Husova 3, 371 60 České Budějovice

Název materiálu: Metrické úlohy v rovině

Autor materiálu: RNDr. Helena Jandová

Datum (období) vytvoření: březen 2013

Zařazení materiálu:

Šablona: Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT (III/2)

Předmět: Matematika, 3, 4. ročník

Sada: MA4

Číslo DUM: 12

Tematická oblast: Analytická geometrie

Ověření materiálu ve výuce:

Datum ověření: 18. 3. 2013

Ověřující učitel: RNDr. Helena Jandová

Třída: ZLY 4

Popis způsobu použití materiálu ve výuce:

Výuka analytické geometrie ve 3. ročnících SZŠ a 4. ročnících zdravotnického lycea. Výuková elektronická prezentace, která je určena pro seznámení žáků s řešením úloh na vzájemnou polohu přímek a bodů v rovině, zaměřuje se na počítání vzdáleností a úhlů. Materiál může sloužit jako pomůcka doplňující výklad učitele, ale také je vhodná pro domácí přípravu žáků (např. zpřístupněním formou e-learningu). Materiál obsahuje zpětnou vazbu ověřující pochopení látky v podobě řešených příkladů.

Tento výukový materiál je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Metrické úlohy

v rovině

Metrické úlohy

- v těchto úlohách řešíme „měření“
- soustředíme se na dva typy úloh:
 - a) vzdálenosti bodů, přímek, bodu od přímky apod.
 - a) velikosti úhlů

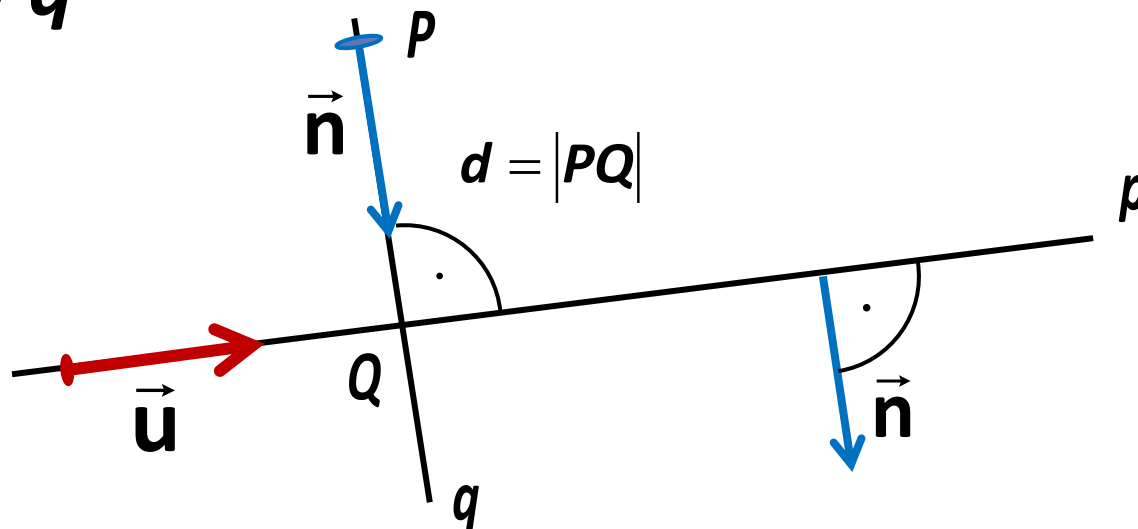
Vzdálenost bodu od přímky

Obecný postup při určování vzdálenosti d bodu P od přímky p :

- 1. Bodem P vedeme kolmici q k přímce p .*
- 2. Najdeme průsečík Q přímek p, q .*
- 3. Určíme vzdálenost $d = |PQ|$.*

Graficky

\vec{u} směrový vektor přímky p ,
 \vec{n} normálový vektor (je směrovým vektorem
přímky q)



Vzdálenost bodu od přímky

VZOREC

Vzdálenost d bodu $P[p_1, p_2]$ od přímky p :

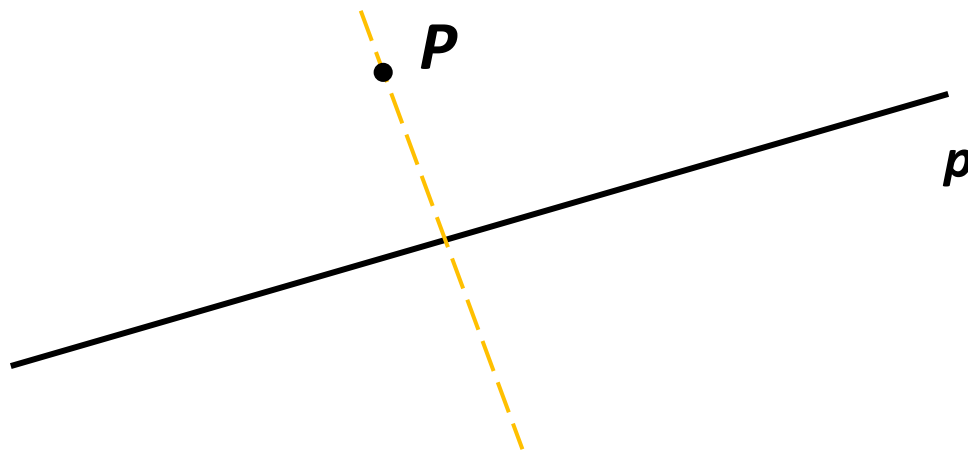
$$p: ax + by + c = 0$$

se vypočítá podle vzorce:

$$d = \frac{|ap_1 + bp_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Příklad č. 1

Vypočítejte vzdálenost bodu $P[-1, 5]$
od přímky $p: 4x - 3y - 1 = 0$



Řešení č. 1

Použijeme vzorec:

$$d = \frac{|ap_1 + bp_2 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Ze zadání: $P[-1, 5]$, $p: 4x - 3y - 1 = 0$

Po dosazení:

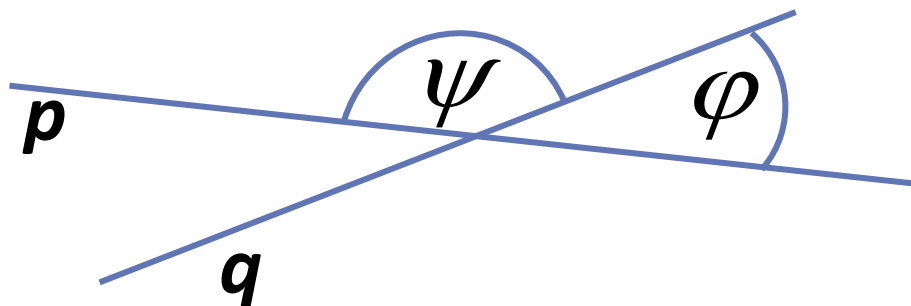
$$d = \frac{|4(-1) - 3 \cdot 5 - 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|-20|}{\sqrt{25}} = \frac{20}{5} = 4$$

Vzdálenost bodu P od přímky p je $d = 4$.

Odchylka dvou přímek

Opakování:

Odchylka přímek p, q je to z čísel φ, ψ , které leží v intervalu $\left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$; platí: $\psi = \pi - \varphi$

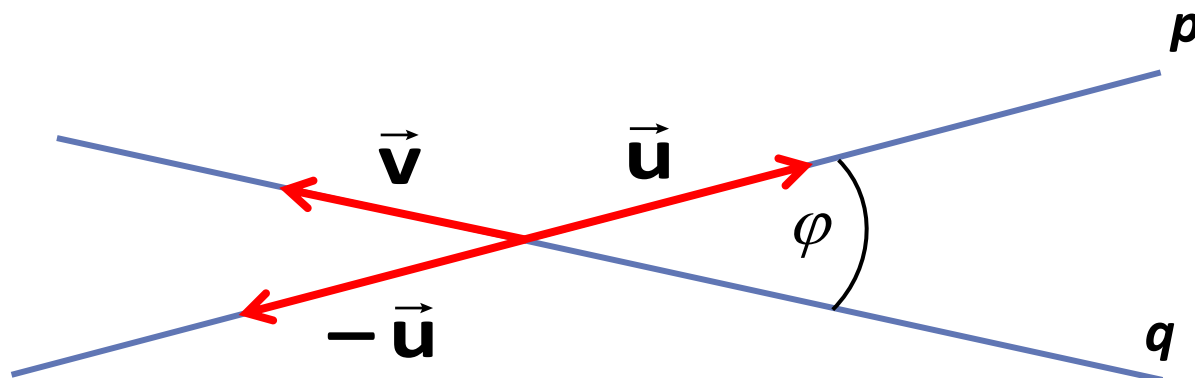


Zjednodušeně:

odchylka je menší z úhlů, který přímky svírají.

Určení odchylky – graficky

Označme \vec{u} směrový vektor přímky p a \vec{v} směrový vektor přímky q .



Vzorec pro výpočet odchyly přímek

Odchylna přímek p, q se směrovými vektory \vec{u}, \vec{v} je číslo

$$\varphi = \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

pro které platí:

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$$

Příklad č. 2

Vypočítejte odchylku dvou přímek p , q :

$$p: \quad x = 1 + t$$

$$y = 2 + 3t, \quad t \in \mathbb{R}$$

$$q: \quad 2x + y - 1 = 0$$

Řešení č. 2

Směrový vektor přímky p : $\vec{u} = (1, 3)$

Normálový vektor přímky q : $\vec{n} = (2, 1)$

Směrový vektor přímky q : $\vec{v} = (1, -2)$

Odchylka φ :

$$\begin{aligned}\cos \varphi &= \frac{|\mathbf{1} \cdot \mathbf{1} + 3(-2)|}{\sqrt{\mathbf{1}^2 + 3^2} \sqrt{\mathbf{1}^2 + (-2)^2}} = \frac{|-5|}{\sqrt{10} \sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{5}{\sqrt{25 \cdot 2}} = \\ &= \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{odchylka } \varphi = 45^\circ\end{aligned}$$

Seznam použité literatury

KOČANDRDLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia: Analytická geometrie*. 3. vydání. Praha: Prometheus, 2009. Učebnice pro střední školy. ISBN 978-80-7196-390-5

CALDA, Emil. *Matematika pro netechnické obory SOŠ a SOU, 4.díl*. 1. vydání. Praha: Prometheus, 2007. Učebnice pro střední školy. ISBN 978-80-7196-139-0

***Obrázky* – zdroj: vlastní tvorba**